

Estrutura a Termo da Taxa de Juros e Dinâmica Macroeconômica no Brasil*

SAMER SHOUSHA**

RESUMO Existe uma relação muito próxima entre variáveis macroeconômicas e a estrutura a termo da taxa de juros no Brasil. Caracterizamos esta relação utilizando a recente abordagem de macrofinanças adaptada para o caso de uma economia emergente. Podemos concluir que: a) as variáveis cíclicas da economia (hiato do produto, taxa de inflação e variação do câmbio nominal) explicam até 53% da variação das taxas; b) o restante das variações, representado por fatores não-observáveis, parece estar relacionado à aversão ao risco internacional e às expectativas de inflação; e c) a noção de grande vulnerabilidade externa da economia brasileira no período estudado é corroborada pelo papel relevante desempenhado pela variação do câmbio nominal, que explica até 41% da variação das taxas.

ABSTRACT *There is a close relationship between macroeconomic variables and the term structure of interest rates in Brazil. We characterize this relationship using the recent macro-finance approach adapted to the case of an emerging market economy. We find that: a) cyclical variables (output gap, inflation rate and nominal exchange rate change) explain up to 53% of the variation in bond yields; b) the additional variation, represented by unobservable factors, seems to be related to international risk aversion and inflation expectations; and c) the notion of great external vulnerability of the Brazilian economy during the period is confirmed by the strong role of the nominal exchange rate change, which explains up to 41% of the variation in bond yields.*

* Este artigo é uma síntese da dissertação de mestrado do autor, defendida no Departamento de Economia da PUC-Rio, em 2005, orientada pelo professor Ilan Goldfajn, e que obteve o primeiro lugar no 30º Prêmio BNDES de Economia.

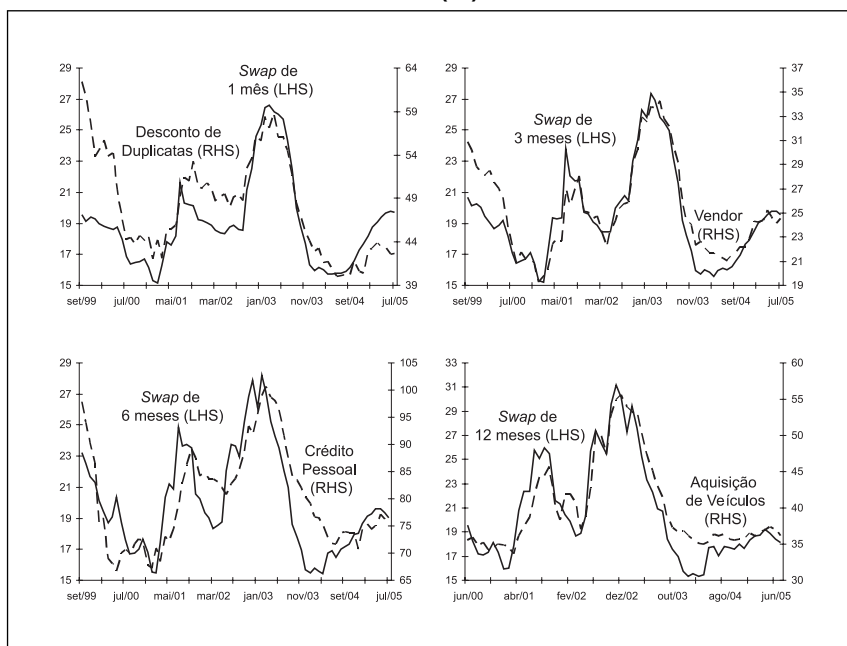
** Mestre em Economia.

1. Introdução

No Brasil, como na maioria dos países industrializados, o Banco Central utiliza como instrumento de política monetária a taxa de juros de curto prazo. No entanto, são as taxas mais longas que interessam para a determinação da demanda agregada. Isto ocorre porque o custo de crédito dos agentes depende das taxas de diferentes prazos, como pode ser observado no Gráfico 1. A estrutura a termo representa a relação entre as taxas de juros de diferentes maturidades para um dado instante no tempo, sendo assim essencial a compreensão de sua dinâmica para entendermos de forma completa o mecanismo de transmissão da política monetária.

GRÁFICO 1

Taxa de Juros e Custo de Crédito (%)



A autoridade monetária determina a taxa básica respondendo aos diferentes choques macroeconômicos para atingir seu objetivo de estabilização da economia. Sendo assim, a parte curta da curva de juros deve ser fortemente

influenciada por estes choques. Além disso, as taxas de longo prazo são determinadas pela expectativa futura das taxas de curto prazo ajustadas pelo risco de reter tais títulos. Dessa forma, caso tenhamos mudanças na expectativa quanto à condução da política monetária em virtude de uma modificação nas expectativas relacionadas às diferentes variáveis macroeconômicas, as taxas mais longas deveriam se modificar. Espera-se que a trajetória das variáveis macroeconômicas tenha poder explicativo relevante sobre a dinâmica da curva de juros.

Além de depender da expectativa da evolução futura da taxa Selic, as taxas mais longas possuem um componente de prêmio de risco associado à duração dos contratos, também conhecido como prêmio a termo. Se este prêmio fosse constante no tempo (como argumenta a conhecida Hipótese das Expectativas), poderíamos argumentar que projeções de variáveis macroeconômicas como o hiato do produto e a inflação baseadas na evolução esperada da taxa Selic seriam bem próximas das projeções com taxas mais longas. No entanto, existem fortes evidências de que este prêmio não é invariante no tempo, ou seja, de que a hipótese das expectativas não é válida no caso brasileiro.¹ Assim, uma modelagem apropriada da curva de juros para o caso brasileiro passa pela especificação de um modelo com prêmio de risco variante no tempo, como os modelos da classe afim generalizados por Duffie e Kan (1996).

Apesar das diversas razões para a compreensão da dinâmica conjunta da estrutura a termo da taxa de juros e variáveis macroeconômicas, os trabalhos realizados até hoje no Brasil apresentam um enfoque limitado. Monteiro (2003) estima uma função para a curva de juros no Brasil, com um balanceamento entre o ajuste do modelo dentro e fora da amostra. Já Silveira e Bessada (2003) e Valli e Varga (2002), seguindo o trabalho seminal de Litterman e Scheinkman (1991), utilizam uma análise de componentes principais para identificar os fatores comuns que influenciam o comportamento da estrutura a termo. Tabak e Andrade (2001), Lima e Issler (2003) e Brito et al. (2003) testam a Hipótese das Expectativas para o Brasil, enquanto Tabak (2003) e Tabak e Tabata (2005) examinam as respostas da estrutura a termo a modificações na meta da taxa Selic. Almeida (2004) estima um modelo afim da curva de juros somente com variáveis latentes para avaliar sua adequação e aplicabilidade ao caso brasileiro. Finalmente, Silveira (2005) e Matsumara e Moreira (2005) são os primeiros autores a empregar explicitamente variáveis macroeconômicas num modelo de curva de juros para tentar explicar a dinâmica da estrutura

1 A invalidade da Hipótese das Expectativas pode ser vista em Tabak e Andrade (2001), Lima e Issler (2003), Brito et al. (2003) e Almeida (2004).

a termo da taxa de juros no Brasil.² Uma potencial causa para esta incipiência é a ausência de aplicações de longo prazo no Brasil em virtude da longa experiência inflacionária e instabilidade econômica. O próprio Banco Central ressaltou este fato ao justificar a tardia inclusão da inclinação da curva de juros em seu modelo estrutural, como pode ser visto em Banco Central do Brasil (2001).

2. Uma Primeira Visão sobre o Caso Brasileiro

O período selecionado para estudar o caso brasileiro foi de setembro de 1999 a julho de 2005, após a consolidação do sistema de metas de inflação.³ Neste novo regime, substituiu-se oficialmente a âncora cambial por uma âncora nominal explícita para os preços, a meta de inflação, utilizando como instrumento para fazer a inflação convergir para a meta a taxa de juros de curto prazo.

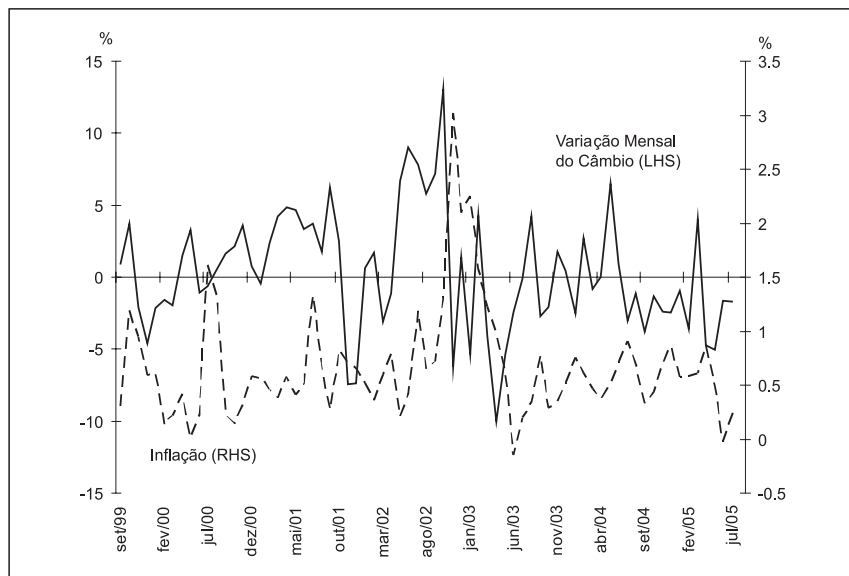
O período estudado foi marcado por uma série de choques, especialmente nos anos de 2001 e 2002, quando o Banco Central não conseguiu manter a inflação dentro da banda para a meta.⁴ Em 2001, a autoridade monetária teve que lidar com a crise energética, os ataques terroristas de 11 de setembro e a crise argentina, enquanto no ano de 2002 ocorreu a crise eleitoral e um aumento da aversão ao risco internacional. A crise de confiança de 2002 foi particularmente crítica, com uma violenta depreciação cambial em consequência das incertezas em relação à *performance* futura da economia, aliadas a um aumento da aversão ao risco internacional. A presença desta grande quantidade de choques num curto período demonstra a dificuldade da condução da política monetária em economias emergentes, sujeitas a grande vulnerabilidade externa. A evolução da taxa de inflação e da variação do câmbio nominal no período pode ser vista no Gráfico 2.

2 Silveira (2005) utiliza um modelo fatorial linear em conjunto com um modelo novo-keynesiano, enquanto Matsumara e Moreira (2005) empregam a abordagem macrofinanceira para explicar a estrutura a termo do risco soberano.

3 O sistema de metas de inflação foi adotado oficialmente em 21 de junho de 1999. Inicia-se a análise somente em setembro de 1999, pois a condução da política monetária nos meses de julho e agosto foi contaminada pelos reajustes das tarifas públicas, ainda sofrendo o impacto da desvalorização. Para maiores detalhes sobre a condução da política monetária no início do regime de metas de inflação, ver Fachada (2001).

4 Para uma análise detalhada do período, ver Minella et al. (2003).

GRÁFICO 2

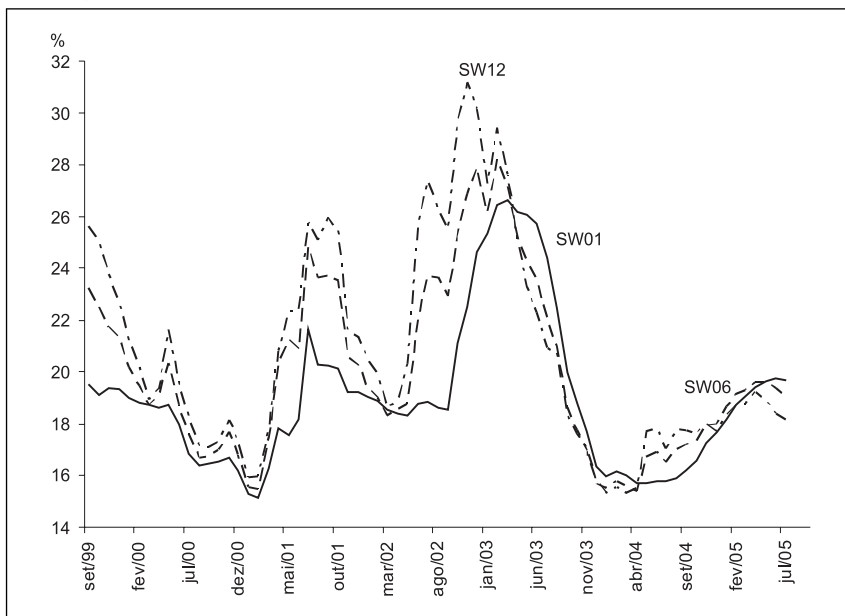
Evolução da Taxa de Inflação e Variação Mensal do Câmbio Nominal

Além disso, a grande volatilidade dos fundamentos macroeconômicos é acompanhada de uma grande variação nas taxas de juros de diferentes maturidades, como pode ser observado no Gráfico 3.

Houve um descolamento entre a taxa de 1 mês e as taxas mais longas em quatro períodos: a) início de 2001, em virtude da crise argentina e potencial crise cambial brasileira; b) segundo semestre de 2002, com a crise eleitoral e antecipação pelo mercado da aceleração inflacionária e conseqüente aperto monetário; c) segundo trimestre de 2003, com a inversão da curva de juros pela antecipação da desaceleração da inflação e relaxamento monetário que seria realizado pela autoridade monetária; e d) segundo semestre de 2004, com nova antecipação do arrefecimento do processo inflacionário. Também fica clara a grande volatilidade das taxas nesse período, associada a momentos de volatilidade nas variáveis macroeconômicas. Dessa forma, parece natural avaliarmos de forma conjunta a dinâmica da estrutura a termo da taxa de juros e do ambiente macroeconômico.

Para sumarizar a curva de juros, empregamos médias mensais das taxas referenciais de *swaps* DI prefixada da BM&F para maturidades de 1, 2, 3, 4, 6 e 12 meses. A taxa *swap* DI prefixada é cotada como um *zero coupon*

GRÁFICO 3

Evolução das Taxas para Diferentes Maturidades

bond, tomando como base uma maturidade fixa n . Para resumir o ambiente macroeconômico, foram utilizadas variáveis relacionadas ao nível de atividade, inflação e setor externo. Assim, adotou-se como *proxy* para o hiato do produto o índice de base fixa mensal da produção física com ajuste sazonal (Base: Média 2002 = 100) do IBGE após a retirada de uma tendência linear.⁵ Para a inflação, usamos a taxa de inflação medida pelo IPCA, fornecida pelo IBGE. Finalmente, utilizamos a variação do logaritmo da taxa de câmbio nominal em relação ao dólar americano (multiplicada por 100), fornecida pelo Bacen. As Tabelas 1 e 2 apresentam um resumo das estatísticas relacionadas a cada uma das variáveis e sua estrutura de correlação.

Podemos ver que, apesar de termos períodos em que a curva de juros foi negativamente inclinada (como no segundo semestre de 2003), a curva média da taxa de juros no período é positivamente inclinada, assim como a curva de volatilidade. As taxas e o hiato do produto são altamente autocorrelacionados, ao passo que a variação do câmbio nominal e a inflação apresentam menor autocorrelação (em termos absolutos). Além disso, um

5 A retirada de uma tendência estimada pelo filtro HP apresenta resultados muito similares.

TABELA 1

Sumário das Estatísticas

(1999:09 – 2005:07)

	$i_t^{(1)}$	$i_t^{(2)}$	$i_t^{(3)}$	$i_t^{(4)}$	$i_t^{(6)}$	$i_t^{(12)}$	y	π	Δe
Média	19,03	19,24	19,46	19,72	20,04	20,81	0,00	0,67	0,33
Mediana	18,76	18,91	19,20	19,24	19,30	19,33	0,31	0,59	0,02
Mínimo	15,16	15,18	15,23	15,35	15,42	15,35	-7,21	-0,15	-10,01
Máximo	26,63	27,00	27,38	27,70	28,23	31,18	5,94	3,02	13,00
Desvio-padrão	2,90	2,96	3,04	3,13	3,33	4,06	2,76	0,52	4,20
Assimetria	1,17	1,04	0,89	0,74	0,67	0,78	-0,58	2,02	0,26
Curtose	3,84	3,52	3,20	2,85	2,60	2,62	2,93	8,53	3,27
Autocorrelação	0,95	0,94	0,94	0,93	0,93	0,91	0,84	0,60	0,37

TABELA 2

Estrutura de Correlação entre as Variáveis

(1999:09 – 2005:07)

	$i_t^{(1)}$	$i_t^{(2)}$	$i_t^{(3)}$	$i_t^{(4)}$	$i_t^{(6)}$	$i_t^{(12)}$	y	π	Δe
$i_t^{(1)}$	1,00								
$i_t^{(2)}$	0,99	1,00							
$i_t^{(3)}$	0,97	0,99	1,00						
$i_t^{(4)}$	0,93	0,97	0,99	1,00					
$i_t^{(6)}$	0,86	0,92	0,96	0,99	1,00				
$i_t^{(12)}$	0,73	0,80	0,86	0,92	0,97	1,00			
y	-0,70	-0,67	-0,63	-0,59	-0,52	-0,41	1,00		
π	0,38	0,43	0,46	0,48	0,52	0,56	-0,00	1,00	
Δe	-0,21	-0,15	-0,08	-0,02	0,06	0,19	0,14	-0,15	1,00

importante fato estilizado é que as taxas próximas são bastante correlacionadas entre si, e a correlação com a taxa de inflação aumenta com a maturidade, enquanto a com o hiato do produto diminui (em termos absolutos). A correlação das taxas com a variação do câmbio nominal é inicialmente negativa e posteriormente positiva, identificando as defasagens do *pass-through* da variação do câmbio para a inflação.

Assim, diversos fatos estilizados demonstram uma relação bastante próxima entre a curva de juros e a dinâmica macroeconômica. Nesse contexto, o objetivo deste artigo é dar um passo adiante na compreensão da dinâmica da curva de juros no Brasil, respondendo às seguintes questões:

- Quais variáveis macroeconômicas são relevantes para explicar a dinâmica da curva de juros num contexto de uma economia emergente?

- Como os choques nas variáveis macroeconômicas afetam a dinâmica das taxas de diferentes maturidades e qual proporção da variação das taxas pode ser atribuída a estas variáveis?

3. Modelo Afim da Estrutura a Termo da Taxa de Juros

A primeira questão que surge é: qual modelo de estrutura a termo da taxa de juros deve ser utilizado? O modelo selecionado foi um modelo afim da estrutura a termo da taxa de juros, introduzido por Duffie e Kan (1996). Praticamente todas as aplicações de modelos multifatoriais da curva de juros têm focado casos especiais dessa família, já que ela “acomoda variáveis de estado com médias e covariâncias variantes no tempo através de uma especificação afim dos coeficientes neutros ao risco da tendência e volatilidade” [Dai e Singleton (2000)], o que permite termos um prêmio de risco variante no tempo com especificações relativamente simples da dinâmica do sistema. Esta característica é muito importante, já que existem diversas evidências de que a Hipótese das Expectativas não é válida para o Brasil, sendo, portanto, essencial que o modelo permita a especificação de um prêmio de risco variante no tempo. Além disso, esta classe de modelos nos fornece soluções fechadas, o que facilita a sua aplicação econométrica.

Após a estimação de um modelo afim robusto para a estrutura a termo da taxa de juros brasileira, podemos caminhar para o objetivo central deste artigo, que é a interpretação econômica da dinâmica da curva de juros. Para estudar o caso brasileiro, torna-se necessário expandir o modelo utilizado para a economia americana, incluindo variáveis referentes ao setor externo, especialmente se levarmos em consideração a grande quantidade de choques externos sofridos pela economia no período recente. Assim, tentaram-se selecionar as variáveis da maneira mais parcimoniosa possível, de modo a termos um modelo que nos fornecesse uma boa descrição da dinâmica macroeconômica ao mesmo tempo que fosse tratável, permitindo uma estimação confiável.

Nas próximas subseções avaliaremos a adequação deste modelo ao caso brasileiro, empregando somente variáveis latentes. Posteriormente, apresentaremos a seleção das variáveis macroeconômicas e sua inserção no modelo afim para em seguida discutirmos os resultados e obtermos, dessa forma, a interpretação macroeconômica da dinâmica da estrutura a termo no Brasil.

Modelo com Variáveis Latentes

Especificação do Modelo

Inicialmente, gostaríamos de verificar a aplicabilidade do modelo afim para o caso brasileiro. Para isso, estimaremos um modelo afim somente com variáveis latentes que, apesar de não possuir *insights* econômicos, pode servir como base de comparação para o modelo completo.

No modelo afim, o vetor de variáveis de estado F_t de dimensão $n \times 1$ segue um processo gaussiano VAR(1):

$$F_t = \Phi_0 + \Phi F_{t-1} + \Sigma \varepsilon_t \quad (1)$$

onde $\varepsilon_t : N(0, I_n)$, Σ é diagonal e $\Phi_{n \times n}$ é uma matriz triangular inferior.

A taxa de juros de curto prazo é definida como uma função linear das variáveis latentes:

$$i_t = \delta_0 + \delta_1 F_t \quad (2)$$

A taxa de desconto estocástica tem a forma padrão:

$$m_{t+1} = \exp \left(-\frac{1}{2} \lambda_1 \lambda_1' - \delta_0 - \delta_1' F_t - \lambda_1' \varepsilon_{t+1} \right) \quad (3)$$

onde os preços de risco associados aos choques ε_t são definidos como uma função linear do vetor de estados:

$$\lambda_t = \lambda_0 + \lambda_1 F_t \quad (4)$$

Com estas hipóteses, o modelo implica que as taxas de juros são dadas por:⁶

$$i_t^{(n)} = -\frac{A_n}{n} - \frac{B_n}{n} F_t = a_n + b_n F_t \quad (5)$$

onde

$$\begin{aligned} A_{n+1} &= A_n + B_n' (\Phi_0 - \Sigma \lambda_0) + \frac{1}{2} B_n' \Sigma \Sigma' B_n - \delta_0 \\ B_{n+1} &= B_n' (\Phi - \Sigma \lambda_1) - \delta_1 \end{aligned}$$

6 Para uma derivação detalhada das taxas de juros no modelo afim, ver Shousha (2005).

E os valores iniciais são dados por:

$$A_1 = -\delta_0 \text{ e } B_1 = -\delta_1.$$

Assim, temos um modelo de estrutura a termo gaussiano “essencialmente afim” em tempo discreto com imposição de ausência de arbitragem, ou um modelo $A_0(N)$ como definido em Dai e Singleton (2000). Este modelo contém uma volatilidade constante dos fatores da curva de juros, mas os preços de risco dependem das variáveis de estado, o que implica heterocedasticidade condicional nos prêmios de risco.

Podemos também calcular o prêmio de risco presente na estrutura a termo. Para isso, temos que focar no excesso de retornos de 1 período (*one period excess holding period return*), em que comparamos o retorno obtido ao comprarmos um título de longo prazo e mantê-lo por um período ao retorno obtido com a taxa de curto prazo. Dessa forma, o excesso de retornos de 1 período pode ser alcançado por meio da seguinte expressão:

$$rx_{t+1}^{(n)} = \log \left(\frac{P_{t+1}^{(n-1)}}{P_t^{(n)}} \right) - i_t = ni_t^{(n)} - (n-1)i_{t+1}^{(n-1)} - i_t^{(1)} \quad (6)$$

O excesso de retornos esperado condicionalmente é, portanto:

$$\begin{aligned} Et(rx_{t+1}^{(n)}) &= -(A_n + B_n' F_t) + A_{n-1} + B_{n-1}' E_t(F_{t+1}) - (\delta_0 + \delta_1' F_t) = \\ &= B_{n-1}' \Sigma \lambda_0 + B_{n-1}' \Sigma \lambda_1 F_t - \frac{1}{2} B_{n-1}' \Sigma \Sigma' B_{n-1} \end{aligned} \quad (7)$$

Desta equação, podemos ver que temos um componente de desigualdade de Jensen, um prêmio de risco constante no tempo e um prêmio de risco variante no tempo. É fácil ver que se $\lambda_1 = 0$, os excessos de retorno esperados são constantes no tempo, e assim a Hipótese das Expectativas é válida. Para o caso brasileiro, uma série de estudos, como os de Tabak e Andrade (2001), Lima e Issler (2003), Brito et al. (2003) e Almeida (2004), rejeita a validade da Hipótese das Expectativas ao menos parcialmente, e portanto temos que especificar $\lambda_1 \neq 0$.

Para identificar o número de fatores necessários para descrever a dinâmica da curva de juros, seguimos Cochrane (2001) e realizamos uma análise de componentes principais.⁷ A Tabela 3 mostra a variância explicada pelos

⁷ A análise de componentes principais consiste na diagonalização da matriz de co-variância das taxas, que representa uma medida do risco associado aos movimentos da curva de juros. A proporção de risco atribuída a cada fator resulta da normalização dos autovalores associados a cada fator obtido desta decomposição.

TABELA 3

Variância Explicada pelos Componentes Principais

	CP1	CP2	CP3	CP4	CP5	CP6
Autovalor	5,6077	0,3792	0,0116	0,0014	0,0002	4,20E-05
Variância Explicada	0,9346	0,0632	0,0019	0,0002	4E-05	7E-06
Variância Acumulada	0,9346	0,9978	0,9997	1,0000	1,0000	1,0000

fatores. Pode-se observar que os dois primeiros componentes principais são responsáveis por 99,8% da variação das taxas. Os componentes obtidos possuem uma interpretação bem clara, similar àquela proposta por Litterman e Scheinkman (1991), com um componente de nível e outro de inclinação. O Gráfico 4 revela os pesos de cada componente nas diferentes taxas.

O primeiro componente principal, responsável por 93,46% da variação das taxas, é claramente um componente de nível, como pode ser observado no Gráfico 5.

GRÁFICO 4

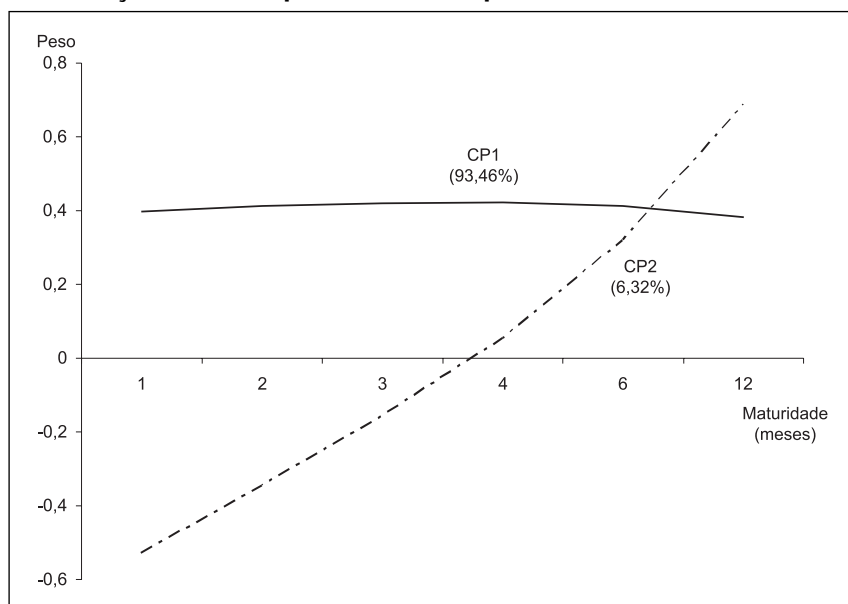
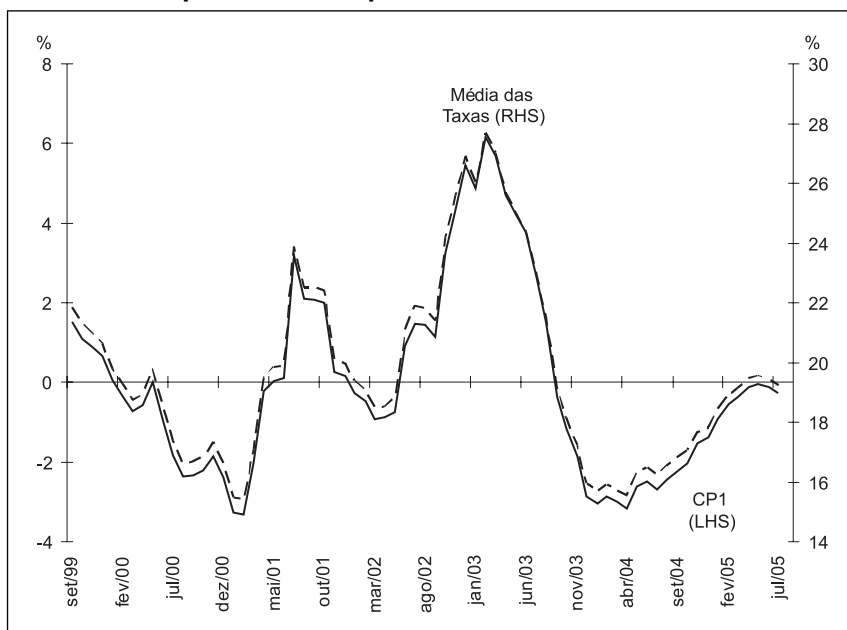
Ponderação dos Componentes Principais em Cada Taxa

GRÁFICO 5

Primeiro Componente Principal e Nível da Curva de Juros

Já o segundo componente principal, responsável por 6,32% da variação das taxas, pode ser comparado à inclinação da curva de juros, medida pela diferença entre a taxa de 1 mês e a taxa de 12 meses, como pode ser constatado no Gráfico 6.

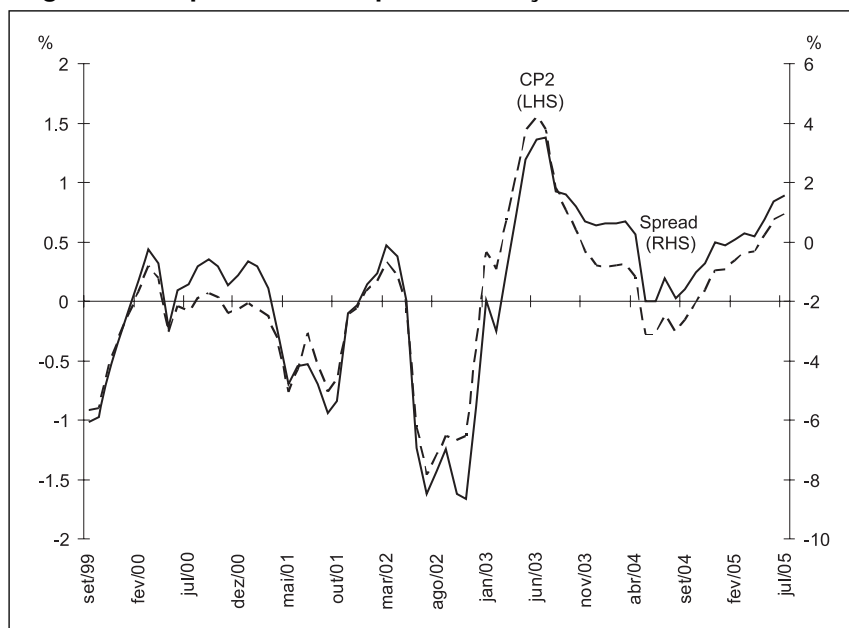
Dessa forma, utilizamos um modelo gaussiano com dois fatores latentes e volatilidades constantes ou, na classificação de Dai e Singleton (2000), um modelo $A_0(2)$.

Estimação do Modelo

Para estimar o modelo, usamos máxima verossimilhança baseada no filtro de Kalman.⁸ Com isso, conseguimos evitar a hipótese usual de que apenas

⁸ Para modelos gaussianos, a utilização desta estratégia é ótima em relação à classe dos estimadores lineares, sendo os estimadores consistentes e eficientes, como pode ser visto em Bollersev e Wooldridge (1992).

GRÁFICO 6

Segundo Componente Principal e Inclinação da Curva de Juros

algumas taxas (selecionadas de forma arbitrária) são medidas com erro.⁹ Assim, podemos supor que todas as taxas são medidas com erro e deixar que a própria estimação nos forneça estes erros de medida. Dados os parâmetros do modelo e outras normalizações necessárias, estimadores não-viesados das variáveis latentes L_t e S_t , que representam respectivamente o nível e a inclinação da estrutura a termo da taxa de juros, podem ser obtidos por meio do filtro de Kalman.

Como vimos na seção anterior, o vetor de estados $F_t = (L_t, S_t)$ segue um processo VAR(1) gaussiano. A equação de estados é dada, portanto, por:

$$F_t = \Phi F_{t-1} + \Sigma \varepsilon_t \quad (8)$$

⁹ A maioria dos estudos realizados até aqui é baseada na estratégia introduzida por Chen e Scott (1993). Esta estratégia consiste em obter os fatores latentes, invertendo as equações das taxas. Assim, se temos N fatores latentes, temos que ter N taxas medidas sem erro.

onde $\varepsilon_t : IIDN(0, I_2)$, $\Sigma_{2 \times 2}$ é diagonal e $\Phi_{2 \times 2}$ é triangular inferior.

As taxas utilizadas na estimação são os *swaps* de 1 mês, 2 meses, 3 meses, 4 meses, 6 meses e 12 meses, podendo as variáveis observáveis ser agrupadas no vetor $Z_t \equiv [i_t^{(1)} i_t^{(2)} i_t^{(3)} i_t^{(4)} i_t^{(6)} i_t^{(12)}]$.

Por serem extraídos de forma endógena, os fatores latentes são invariantes a algumas transformações afim, tornando necessárias algumas normalizações para identificá-los. Impõem-se assim: a) média nula para os fatores, ou seja, $\Phi_0 = 0$; b) pesos unitários sobre os fatores na equação da taxa de curto prazo; e c) valor de δ_0 fixo na média amostral da taxa de 1 mês. Desse modo, temos como equação da taxa de curto prazo:

$$i_t^1 = \delta_0 + \delta_1' F_t = 19,0114 + L_t + S_t$$

A equação de medição pode, portanto, ser escrita como:

$$Z_t = G' + H' F_t + v_t \quad (9)$$

onde

$$G = [a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_6 \quad a_{12}]$$

$$H' = \begin{bmatrix} b_1^{(1)} & b_1^{(2)} \\ b_2^{(1)} & b_2^{(2)} \\ b_3^{(1)} & b_3^{(2)} \\ b_4^{(1)} & b_4^{(2)} \\ b_6^{(1)} & b_6^{(2)} \\ b_{12}^{(1)} & b_{12}^{(2)} \end{bmatrix}$$

onde a_n e b_n são dados pelas equações recursivas derivadas na seção anterior. Assume-se que os erros de medida v_t são i.i.d., com distribuição multivariada normal de médio zero e matriz de co-variância diagonal R , ou seja, $v_t : IIDN(0, R)$.

A otimização é realizada usando-se o *toolbox* para MATLAB E^4 , que permite a estimação de diferentes modelos em forma de espaço de estados.¹⁰

¹⁰ Agradecemos a Jaime Terceiro, Jose Manuel Casals, Miguel Jerez, Gregorio R. Serrano e Sonia Sotoca por fornecerem o *toolbox* para a estimação do modelo e especialmente a Miguel Jerez pela ajuda com questões técnicas relacionadas com o pacote.

O algoritmo adotado para otimização da função de verossimilhança foi o algoritmo quasi-newton com atualização BFGS. Os erros-padrão são calculados através da inversa de uma aproximação numérica da matriz hessiana da função de verossimilhança.

Principais Resultados

O modelo foi estimado de setembro de 1999 a dezembro de 2004, utilizando-se o período de janeiro de 2005 a julho de 2005 para avaliar sua *performance* de previsão fora da amostra. A Tabela 4 apresenta os resultados da estimação. Os fatores L_t e S_t são bem persistentes. Existe também uma pequena correlação incondicional entre os fatores. Como se observa no Gráfico 7, podem-se interpretar novamente os fatores latentes como um

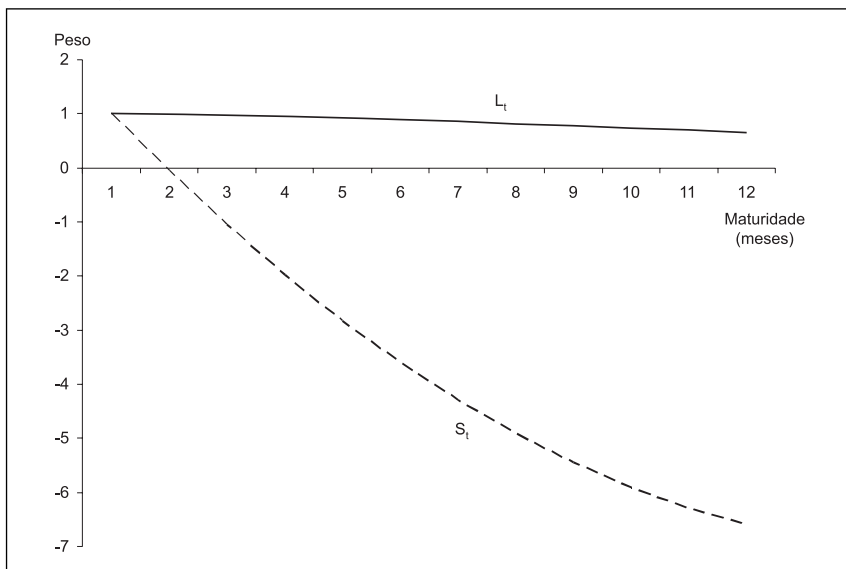
TABELA 4

Parâmetros Estimados – Modelo com Variáveis Latentes

DINÂMICA DOS FATORES (Φ)			
	L_{t-1}	S_{t-1}	
L_t	0,8926 (0,0138)	—	
S_t	0,0175 (0,0014)	0,9067 (0,0097)	
PARÂMETROS DA TAXA DE CURTO PRAZO (δ)			
δ_0	δ_L	δ_S	
19,0114*	1,0000*	1,0000*	
PREÇOS DE RISCO (λ)			
	λ_0	L_t	S_t
$\lambda_{L,t}$	-1,9768 (0,1563)	-0,0405 (0,0036)	1,0694 (0,0741)
$\lambda_{S,t}$	13,4697 (0,6341)	0,0684 (0,0059)	-0,2033 (0,0181)
DESVIOS-PADRÃO (Σ)			
σ_L	1,9086 (0,1603)		
σ_S	0,1278 (0,0047)		
ERROS DE MEDIDA (θ)			
σ_1^2	0,0198 (0,0015)		
σ_2^2	0,0000 (0,0000)		
σ_3^2	0,0045 (0,0001)		
σ_4^2	0,0115 (0,0008)		
σ_6^2	0,0347 (0,0027)		
σ_{12}^2	0,8832 (0,0785)		

Nota: Desvios-padrão das estimativas entre parênteses; os parâmetros com asterisco são mantidos fixos, como explicitado na subseção anterior.

GRÁFICO 7

Ponderação dos Fatores Latentes em Cada Taxa

fator de nível e outro fator de inclinação da curva de juros. Todos os parâmetros encontrados mostram-se altamente significativos,¹¹ e os desvios-padrão dos erros de medida para as taxas de 1, 2, 3, 4, 6 e 12 meses são, respectivamente, 4, 0, 7, 10, 17 e 95 *basis points*, ligeiramente inferiores aos obtidos em Almeida (2004). A variação temporal no prêmio de risco depende primordialmente do fator de inclinação, que apresenta os maiores coeficientes (em módulo) da matriz λ_1 .

A adequação do modelo dentro da amostra é muito boa para todas as taxas, como pode ser verificado nos Gráficos 8 e 9, com um R^2 ajustado superior a 93% para todas as taxas. A precisão é um pouco menor para as taxas mais longas, essencialmente nos períodos de maior volatilidade. No entanto, como já foi observado em outros estudos,¹² o modelo apresenta pior *performance* para previsões fora da amostra.

11 Em geral, não se conseguem na literatura prêmios de risco muito significativos. Uma potencial razão para a alta significância dos prêmios de risco no caso brasileiro pode ser o fato de as taxas de juros não serem estacionárias no período estudado (apesar de na teoria as taxas de juros serem variáveis estacionárias).

12 Duffee (2002) avalia o modelo afim padrão para os Estados Unidos e verifica que sua performance de previsão é pior que a de um simples passeio aleatório.

GRÁFICO 8
Swap de 1 Mês – Real vs. Estimado

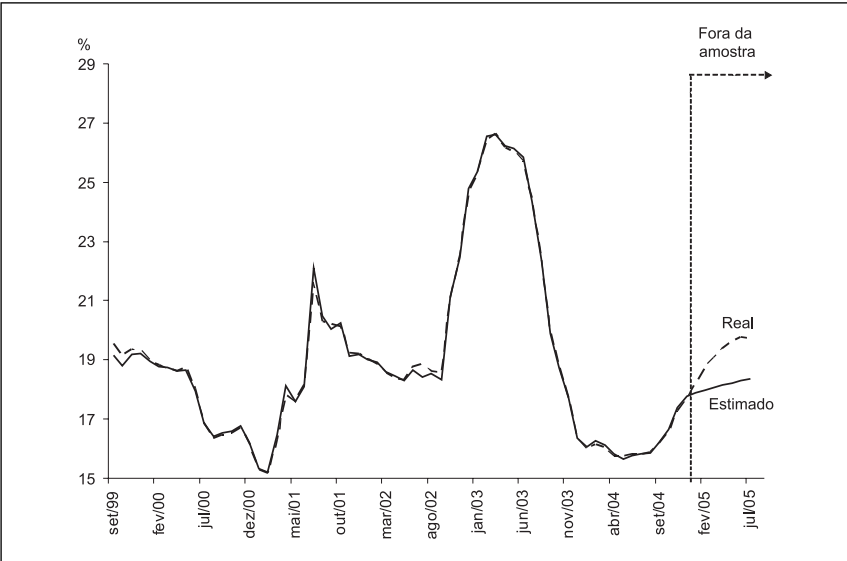


GRÁFICO 9
Swap de 12 Meses – Real vs. Estimado

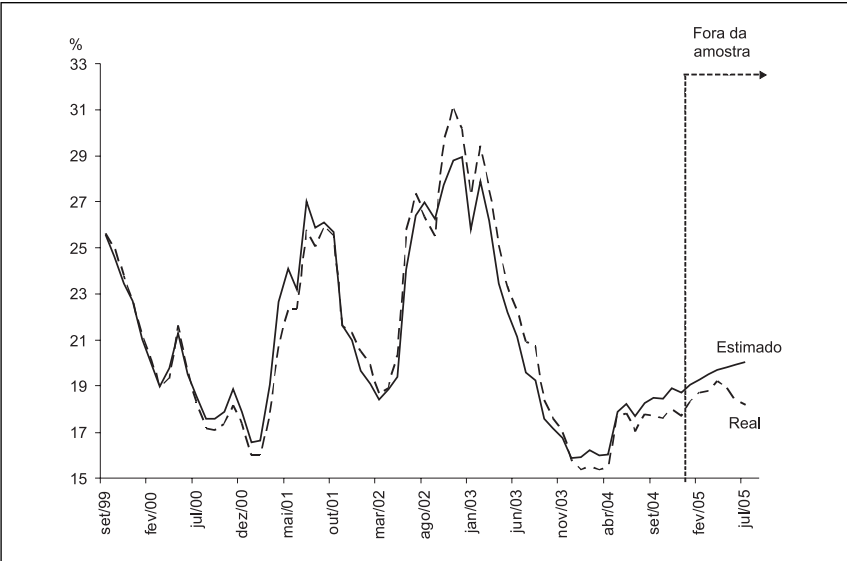
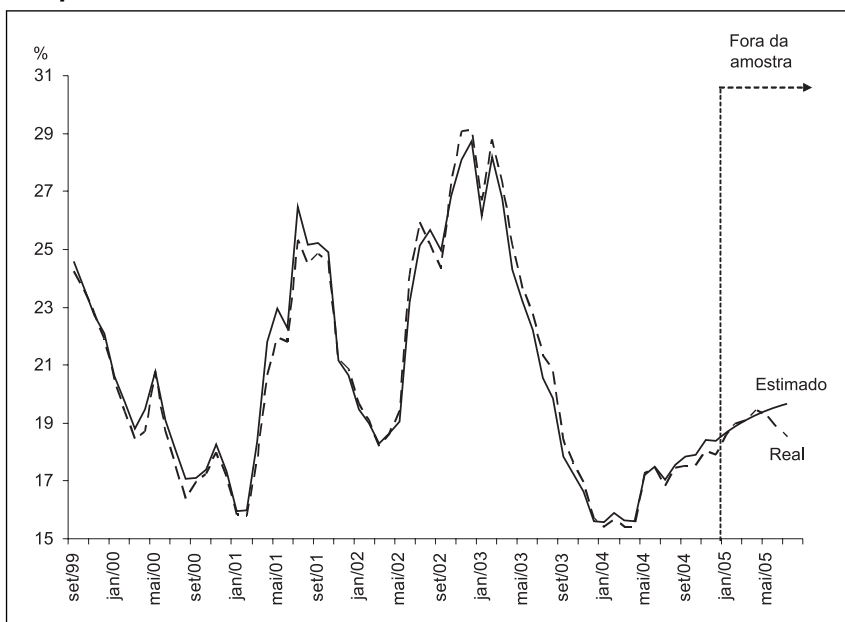


GRÁFICO 10

Swap de 9 Meses – Real vs. Estimado

Como a utilização de um modelo de curva de juros visa também fornecer boas aproximações para as demais taxas, o Gráfico 10 mostra a adequação do modelo para a taxa de 9 meses, que não foi incluída na estimação. Como pode ser observado, o modelo também apresenta uma ótima adequação dentro da amostra para esta taxa, confirmando sua boa *performance* para o caso brasileiro.

Como é gaussiano, nosso modelo equivale a um VAR tradicional, e podemos assim calcular funções impulso-resposta (FRIs) e decomposição de variâncias.¹³ A Tabela 5 mostra a decomposição de variâncias para horizontes de previsão de 1, 12 e 60 meses.

O fator de nível domina a decomposição de variâncias para as taxas até 6 meses. Já para a taxa de 12 meses, temos maior proporção da variação decorrente do fator inclinação, especialmente em horizontes intermediários.

¹³ A decomposição de variâncias fornece a proporção da variância das taxas que pode ser atribuída a cada um dos fatores.

TABELA 5

Decomposição de Variâncias

	HORIZONTE (MESES)	L	S
$i_t^{(1)}$	1	99,56	0,45
	12	99,57	0,44
	60	99,57	0,43
$i_t^{(2)}$	1	100,00	0,00
	12	100,00	0,00
	60	100,00	0,00
$i_t^{(3)}$	1	99,47	0,53
	12	99,34	0,66
	60	99,30	0,70
$i_t^{(4)}$	1	98,01	1,99
	12	97,28	2,72
	60	97,07	2,93
$i_t^{(6)}$	1	92,66	7,34
	12	88,27	11,73
	60	87,90	12,10
$i_t^{(12)}$	1	64,28	35,72
	12	51,41	48,59
	60	65,91	34,09

Podemos concluir que o modelo consegue uma ótima aproximação para a estrutura a termo da taxa de juros brasileira, com exceção dos períodos de grande volatilidade. No entanto, apesar de sua ótima *performance* dentro da amostra, ele não apresenta a mesma precisão para a previsão das taxas fora da amostra. Uma potencial solução para estas questões pode ser o uso de variáveis macroeconômicas como fatores adicionais no modelo. Na seção 2, pudemos observar que os períodos de grande volatilidade das taxas coincide com grande volatilidade de variáveis macroeconômicas. Além disso, em virtude da presença de conteúdo informacional sobre nível de atividade econômica futura na estrutura a termo da taxa de juros, é intuitivo imaginarmos que a adição de variáveis macroeconômicas poderia melhorar seu poder de previsão. Se acreditamos que uma regra de Taylor é uma boa aproximação para a forma de atuação do Banco Central, esta intuição fica ainda mais clara para a taxa de curto prazo. Como pode ser visto em Ang et al. (2005), uma especificação afim para a estrutura a termo da taxa de juros é condizente com qualquer especificação da regra de Taylor (padrão, *backward* e *forward-looking*). Dessa forma, incluiremos agora algumas variáveis para sumarizar o ambiente macroeconômico e compararemos a *performance* deste modelo completo em relação ao modelo somente com variáveis latentes, tanto dentro quanto fora da amostra.

Modelo Completo

Seleção das Variáveis Macroeconômicas e Dinâmica das Variáveis de Estado

Desde o trabalho seminal de Taylor (1993), uma série de estudos tem utilizado alguma variante da regra de Taylor para representar a atuação do Banco Central na determinação da taxa de curto prazo. Num regime de metas de inflação em pequena economia aberta, a função de reação do Banco Central pode ser representada como:

$$i_t = r^* + \pi_t^* + \alpha_\pi (E_t \pi_{t+j} - \pi_{t+j}^*) + \alpha_y y_t + \alpha_{\Delta e} \Delta e_t + u_t \quad (10)$$

onde i_t é a taxa de curto prazo; r^* é a taxa de juros real (potencialmente variante no tempo); $E_t \pi_t$ é a expectativa de inflação; π_t^* é a meta de inflação; y_t é o hiato do produto; Δe_t é a variação da taxa de câmbio nominal; e u_t representa choques de política monetária. Neste caso, a autoridade monetária determina a taxa de curto prazo em seu valor de longo prazo adicionado de ajustes cíclicos, relacionados a desvios da expectativa de inflação em relação à meta, variações do hiato do produto e movimentos da taxa de câmbio.¹⁴ Além disso, como pode ser visto em Ang et al. (2005), regras de Taylor *forward-looking* como estas são compatíveis com o modelo afim, já que, após colocar o sistema sob a forma de espaço de estados, as expectativas de inflação podem ser obtidas como função das variáveis correntes.

Por outro lado, num regime de livre flutuação cambial, a paridade descoberta da taxa de juros caracteriza a relação entre a taxa de juros doméstica e a taxa de juros internacional:

$$i_t = i_t^* + E_t (\Delta e_{t+1}) + x_t$$

onde i_t^* é a taxa de juros internacional e x_t é o prêmio de risco ou risco-país.

Assim, temos como variáveis potências para o modelo π_t^* , π_t , y_t , Δe_t , i_t^* e x_t . No entanto, torna-se impossível incluir mais de três variáveis endógenas no modelo sem prejudicar a qualidade da estimação em consequência do aumento da dimensão do modelo e da pequena amostra disponível. Além disso, em virtude do processo de construção de credibilidade da au-

¹⁴ Minella et al. (2003) defendem a utilização de uma função de reação do Banco Central brasileiro muito semelhante para o período após a adoção do regime de metas de inflação.

toridade monetária no Brasil recente, a meta de inflação percebida pelos agentes pode ser diferente do centro da meta determinado pelo Conselho Monetário Nacional (CMN).¹⁵ Finalmente, o risco-país não é diretamente observável e também está associado aos fundamentos macroeconômicos. Dessa forma, decidimos incluir como variáveis macroeconômicas aquelas responsáveis pelo ajuste cíclico da taxa de curto prazo:

$$X_t^o = (y_t \quad \pi_t \quad \Delta e_t)'$$

Para captar as variações do nível de longo prazo da taxa de juros, os choques de política monetária e a variação dos fatores externos, temos que incluir também dois fatores latentes, $X_t^u = (L_t \quad S_t)$.¹⁶ O modelo completo consiste em três fatores macro e dois fatores latentes.

A seleção do número de defasagens é uma questão delicada. Ao mesmo tempo que a inclusão de um maior número de defasagens é condizente com uma caracterização mais realista do mecanismo de transmissão de política monetária (como pode ser visto na seção 2), ela pode prejudicar a precisão da estimação dos coeficientes, especialmente em ocasiões em que o tamanho da amostra é pequeno. Ao estimarmos um VAR com taxas no mesmo estilo de Evans e Marshall (1998 e 2001), a inclusão de duas defasagens parece acomodar melhor este *trade-off*.¹⁷

Dessa forma, especificamos o vetor de estados $X_t = (X_t^o \quad X_t^u)' = (y_t \quad \pi_t \quad \Delta e_t \quad L_t \quad S_t)'$ como um processo gaussiano VAR(2):

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \Theta u_t \quad (11)$$

com $u_t : IIDN(0, I_5)$.

Definindo $F_t = (X_t \quad X_{t-1})$, podemos reescrever a dinâmica na forma compacta de um VAR gaussiano de primeira ordem:

$$F_t = \Phi_0 + \Phi F_{t-1} + \Sigma \varepsilon_t \quad (12)$$

15 Diversos estudos mostraram que, na crise eleitoral de 2002, os agentes já trabalhavam com uma meta de inflação implícita diferente daquela determinada pelo Banco Central, fato este confirmado pela alteração posterior da meta.

16 Tentou-se uma especificação com somente uma variável latente, mas os resultados obtidos foram pouco satisfatórios.

17 A inclusão de um maior número de defasagens torna a estimação bastante imprecisa, o que é comprovado pela grande instabilidade das respostas impulsionais.

onde

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Theta & 0_{5 \times 5} \\ 0_{5 \times 5} & 0_{5 \times 5} \end{bmatrix}$$

$$\Phi_0 = (\phi'_0 \quad 0_{1 \times 5})'$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 \\ I_{5 \times 5} & 0_{5 \times 5} \end{bmatrix}$$

Estimação dos Modelos

Utiliza-se novamente máxima verossimilhança baseada no filtro de Kalman. Adicionalmente às vantagens relacionadas na estimação do modelo só com variáveis latentes, esta abordagem nos permite maior flexibilidade na especificação do modelo com relação à abordagem tradicional de Chen e Scott (1993), que nos obrigaria a fazer hipóteses extremamente restritivas para estimar o modelo. Ang e Piazzesi (2003), por exemplo, assumem que a dinâmica macroeconômica é independente das variáveis latentes, enquanto Rudebusch e Wu (2005) definem valores arbitrários do prêmio de risco como nulos. Por outro lado, a estimação de modelos de maior dimensão e altamente não-lineares por meio do filtro de Kalman torna-se especialmente sensível às condições iniciais, sendo necessário cuidado redobrado para garantir que não estamos utilizando um mínimo local da função de verossimilhança.¹⁸

As taxas empregadas para construir o filtro de Kalman, da mesma forma que no modelo da seção anterior, são as taxas de 1 mês, 2 meses, 3 meses, 4 meses, 6 meses e 12 meses. Dessa forma, as variáveis observáveis podem ser agrupadas no vetor:

¹⁸ Tecnicamente, não temos como garantir que atingimos um mínimo global. No entanto, adotamos uma série de estratégias diferentes para reduzir o risco de termos utilizado os resultados de um mínimo local. Entre estas, a cada valor encontrado, tentou-se a reestimação do modelo, supondo as variáveis latentes como observáveis e obtendo a estimação das matrizes de preços de risco com a minimização do erro quadrático médio das taxas estimadas. Dessa forma, acreditamos ter alcançado resultados confiáveis.

Assume-se que os erros de medida v_t são i.i.d., com distribuição multivariada normal de médio zero e matriz de co-variância R . Adicionalmente, assume-se que as variáveis de estado observáveis não contêm erros de medida, e assim os últimos seis elementos de v_t são nulos e R é identicamente nula, com exceção da submatriz 6×6 esquerda-superior, que representa a matriz de co-variância dos erros de medida nas taxas observáveis e é uma matriz diagonal. Utilizando-se o mesmo procedimento de filtragem da seção anterior, podem-se obter os parâmetros relevantes para descrever a dinâmica do sistema, a taxa de curto prazo e os preços de risco de mercado, além de uma série temporal para os fatores latentes.

Para tornar o modelo mais tratável e motivados por regressões irrestritas usando os fatores latentes alcançados no modelo afim, restringimos A_n e B_n e os preços de risco a dependerem apenas de X_t . Tecnicamente, esta restrição é obtida impondo-se que a taxa de curto prazo tenha pesos diferentes de zero somente nas variáveis contemporâneas e que a dinâmica de F_t seja um VAR(1) sob a medida neutra-risco. Além disso, podemos, sem perda de generalidade, empregar variáveis de estado com média nula e assim temos que $\Phi_0 = 0$.¹⁹

Temos também que realizar algumas normalizações para alcançar um estimador não-viesado das variáveis latentes L_t e S_t por intermédio do filtro de Kalman. Para isso, fixamos novamente δ_0 como a média incondicional da taxa de 1 mês e utilizamos pesos unitários nos fatores latentes. Obtemos agora, portanto, como equação da taxa de curto prazo:

$$i_t^{(1)} = \delta_0 + \delta'_1 F_t = 19,0114 + \delta_y * y_t + \delta_\pi * \pi_t + \delta_{\Delta e} * \Delta e + L_t + S_t \quad (14)$$

Além disso, como a autoridade monetária brasileira segue no período um regime de metas de inflação com uma regra de política monetária *forward-looking*, precisamos efetuar algumas normalizações adicionais. Como pode ser visto em Ang et al. (2005), para este tipo de regra de política monetária, alguns parâmetros associados ao horizonte de previsão não estão identificados. Para identificá-los, é necessário impor a ausência de correlação condicional entre os fatores latentes e macroeconômicos. Finalmente, seguindo a estratégia da seção anterior, impusemos ausência de correlação entre as variáveis latentes.

¹⁹ Para isso, utilizamos o hiato do produto, inflação e variação do câmbio nominal sem a sua média amostral.

Principais Resultados

As Tabelas 6 e 7 mostram os resultados da estimação. Todos os parâmetros encontrados são altamente significativos²⁰ e os desvios-padrão dos erros de medida para as taxas de 1, 2, 3, 4, 6 e 12 meses são, respectivamente, 18, 0, 10, 10, 0 e 50 *basis points*.

TABELA 6

Parâmetros Estimados – Dinâmica dos Fatores – Modelo Completo

DINÂMICA DOS FATORES (ϕ_1)					
	y_{t-1}	π_{t-1}	Δe_{t-1}	L_{t-1}	S_{t-1}
y_t	0,7044 (0,0215)	-0,6765 (0,0206)	0,0040 (0,0001)	-0,0292 (0,0009)	1,5059 (0,0384)
π_t	0,0729 (0,0023)	0,4874 (0,0152)	0,0315 (0,0010)	0,0740 (0,0024)	1,1116 (0,0311)
Δe_t	-0,6771 (0,0203)	0,2068 (0,0066)	0,3452 (0,0110)	-0,8599 (0,0250)	-6,4580 (0,0601)
L_t	-0,0062 (0,0002)	-0,0188 (0,0006)	0,0364 (0,0012)	1,0103 (0,0140)	1,6570 (0,0405)
S_t	0,0006 (0,0000)	-0,0170 (0,0005)	-0,0236 (0,0007)	-0,0282 (0,0009)	0,8519 (0,0253)
DINÂMICA DOS FATORES (ϕ_2)					
	y_{t-2}	π_{t-2}	Δe_{t-2}	L_{t-1}	S_{t-1}
y_t	-0,0945 (0,0030)	-0,0037 (0,0001)	0,0521 (0,0017)	-0,2366 (0,0076)	-1,2406 (0,0337)
π_t	-0,0534 (0,0017)	-0,0314 (0,0010)	0,0433 (0,0014)	-0,0394 (0,0013)	-1,1321 (0,0315)
Δe_t	0,5930 (0,0183)	-0,7098 (0,0215)	-0,0753 (0,0024)	0,5666 (0,0175)	4,8207 (0,0582)
L_t	0,0450 (0,0014)	0,4345 (0,0137)	0,0697 (0,0022)	-0,1005 (0,0032)	-2,3086 (0,0480)
S_t	0,0105 (0,0003)	-0,0101 (0,0003)	-0,0006 (0,0000)	0,0382 (0,0012)	-0,1244 (0,0040)
DECOMPOSIÇÃO DE CHOLESKY DA MATRIZ DE CO-VARIÂNCIA (Θ)					
	y_t	π_t	Δe_t	L_t	S_t
y_t	1,2786 (0,0409)	0*	0*	0*	0*
π_t	0,0440 (0,0014)	0,3392 (0,0094)	0*	0*	0*
Δe_t	0,0223 (0,0007)	-0,1376 (0,0044)	1,7605 (0,0537)	0*	0*
L_t	0*	0*	0*	0,7567 (0,0232)	0*
S_t	0*	0*	0*	0*	0,0765 (0,0014)

Nota: Desvios-padrão das estimativas entre parênteses; os parâmetros com asterisco são mantidos fixos, como explicitado na subseção anterior.

20 Como no caso somente com variáveis latentes, a alta significância das variáveis pode ser decorrente da não-estacionariedade das taxas de juros no período estudado.

TABELA 7

Parâmetros Estimados – Preços de Risco – Modelo Completo

PARÂMETROS DA TAXA DE CURTO PRAZO (δ)					
δ_0	δ_y	δ_π	$\delta_{\Delta e}$	δ_L	δ_s
19,0114*	-0,0129 (0,0000)	-0,1145 (0,0102)	0,0355 (0,0000)	1,0000*	1,0000*
MATRIZ DE RISCO (λ)					
	y_t	π_t	Δe_t	L_t	S_t
$\lambda_{y,t}$	0,4044 (0,0129)	2,7682 (0,0513)	-0,2353 (0,0075)	1,6523 (0,0404)	6,0230 (0,0597)
$\lambda_{\pi,t}$	0,5297 (0,0165)	0,2510 (0,0080)	0,0463 (0,0015)	0,9248 (0,0268)	4,0563 (0,0566)
$\lambda_{\Delta e,t}$	0,7975 (0,0226)	-1,2714 (0,0340)	-1,1561 (0,0318)	0,0673 (0,0022)	8,7186 (0,0612)
$\lambda_{L,t}$	-0,1413 (0,0044)	0,1407 (0,0045)	0,0595 (0,0020)	-0,0406 (0,0013)	4,2363 (0,0565)
$\lambda_{S,t}$	0,6496 (0,0193)	-0,7251 (0,0218)	-0,8201 (0,0243)	-0,1783 (0,0057)	7,1741 (0,0605)
PREÇOS DE RISCO (λ_0)		ERROS DE MEDIDA (R)			
$\lambda_{y,t}$	7,2835 (0,0606)	σ_1^2	0,0316 (0,0005)		
$\lambda_{\pi,t}$	-12,3730 (0,0620)	σ_2^2	0,0000 (0,0000)		
$\lambda_{\Delta e,t}$	-5,8443 (0,0595)	σ_3^2	0,0097 (0,0001)		
$\lambda_{L,t}$	-0,8252 (0,0245)	σ_4^2	0,0103 (0,0001)		
$\lambda_{S,t}$	-1,7859 (0,0424)	σ_6^2	0,0000 (0,0000)		
		σ_{12}^2	0,2453 (0,0064)		

Nota: Desvios-padrão das estimativas entre parênteses; os parâmetros com asterisco são mantidos fixos, como explicitado na subseção anterior.

Os Gráficos 11 e 12 mostram os pesos b_n correspondentes a cada fator e cada maturidade, que representam a resposta inicial de cada taxa a choques nestas variáveis. Novamente, como já era esperado, os fatores latentes representam claramente um fator de nível e outro de inclinação, enquanto o impacto das variáveis macroeconômicas é crescente em módulo com a maturidade.

Podemos interpretar estas respostas iniciais como a presença de uma certa inércia na taxa de inflação, que faz com que um choque inflacionário hoje aumente as taxas de longo prazo em decorrência do aumento das expectativas de inflação futura. Além disso, representam as defasagens do *pass-through* das variações cambiais para a inflação, levando por isso também a um aumento maior nas taxas de maior maturidade. Finalmente, a relação crescentemente negativa com o hiato do produto está relacionada com os períodos de crise, em que temos ao mesmo tempo uma queda no hiato do produto e um aumento na inclinação da curva de juros.

GRÁFICO 11

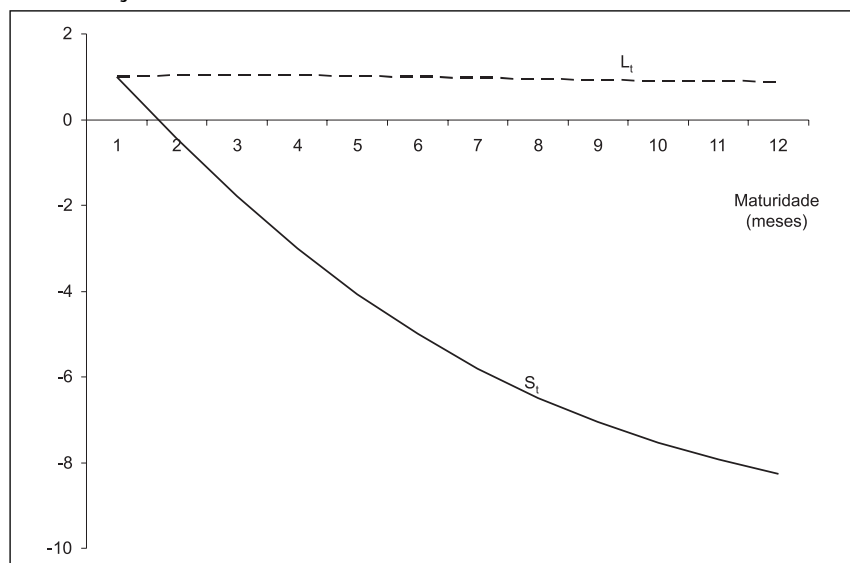
Ponderação dos Fatores Latentes nas Taxas

GRÁFICO 12

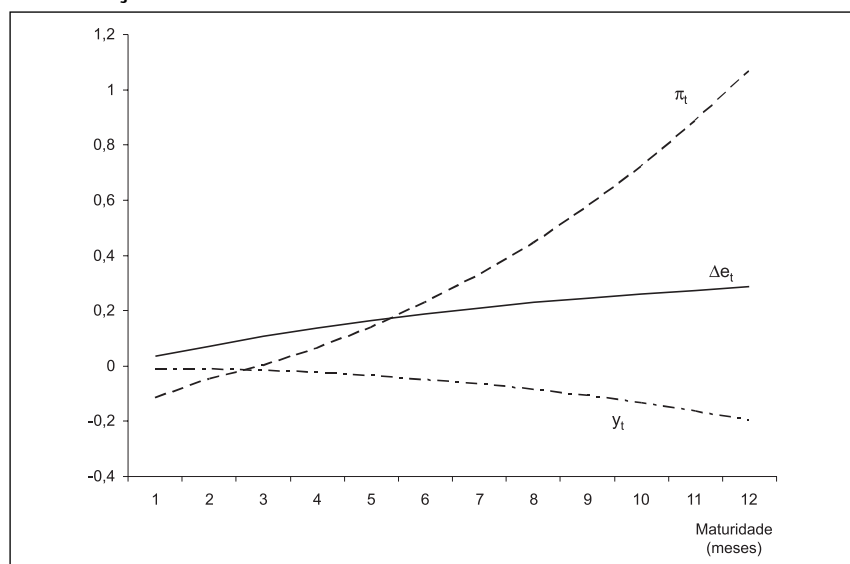
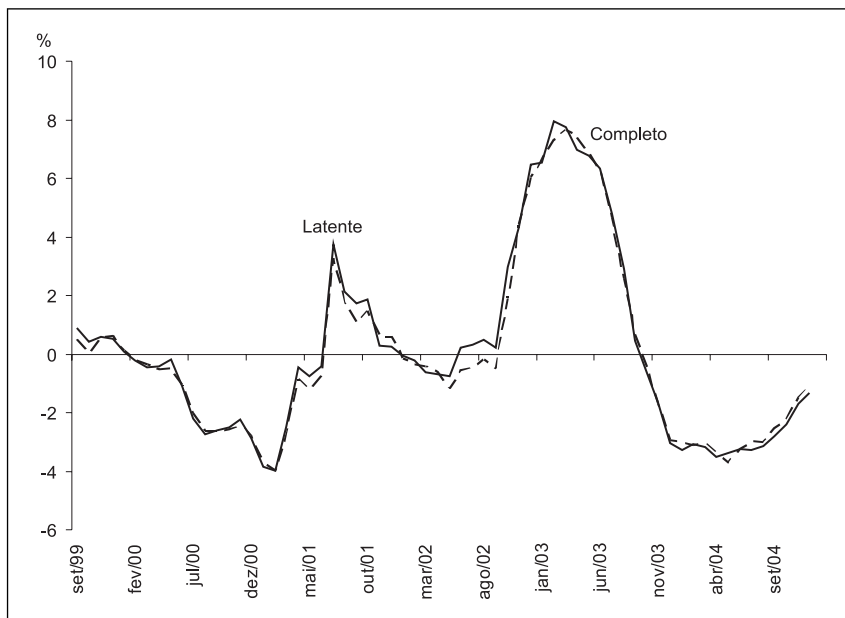
Ponderação dos Fatores Macroeconômicos nas Taxas

GRÁFICO 13

Fator de Nível nos Modelos

Repetindo os resultados de estudos anteriores, os fatores latentes no modelo só com variáveis latentes e no modelo completo são semelhantes, com correlação de 0,99 e 0,92 respectivamente para o nível e a inclinação, como pode ser visto nos Gráficos 13 e 14. Além disso, o fator de inclinação é menos volátil no modelo completo, já que parte da resposta às crises agora está sendo captada pelas variáveis macroeconômicas.

A adequação do modelo dentro da amostra é novamente muito boa para todas as taxas, como pode ser observado nos Gráficos 15 e 16, melhorando a adequação das taxas mais longas em relação ao modelo somente com as variáveis latentes e com um R^2 ajustado, superior a 97% para todas as taxas.

Conseguimos novamente obter uma boa aproximação para taxas não incluídas na estimação, como pode ser verificado no Gráfico 17, que mostra os valores estimados para a taxa de 9 meses.

GRÁFICO 14
Fator de Inclinação nos Modelos

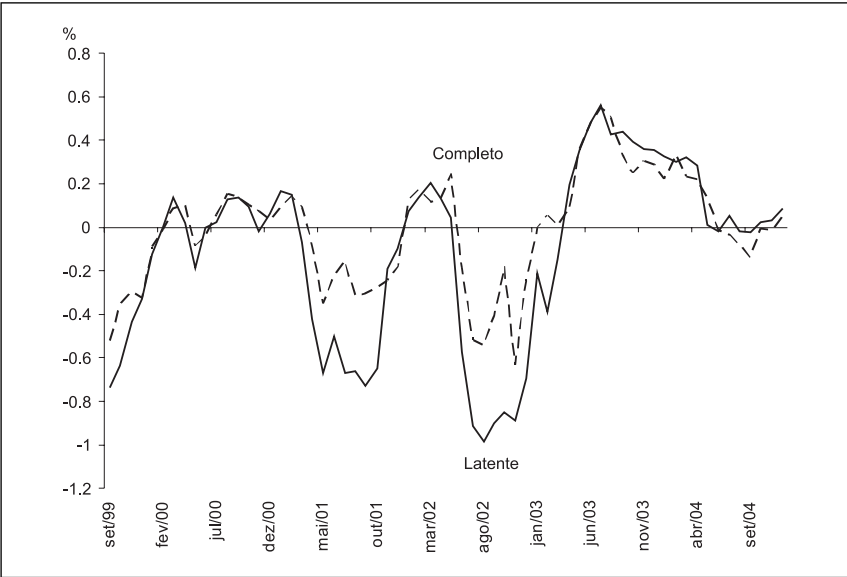


GRÁFICO 15
Swap de 1 Mês – Comparação dos Modelos

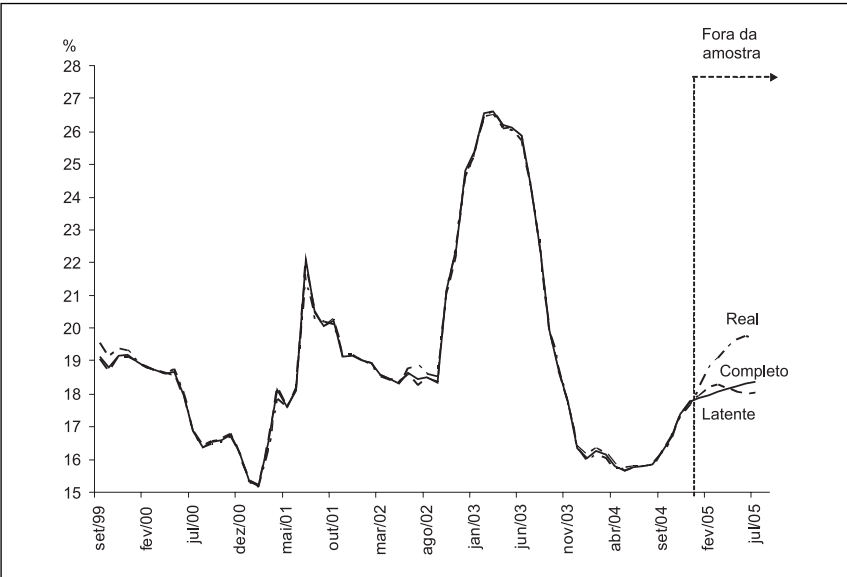


GRÁFICO 16

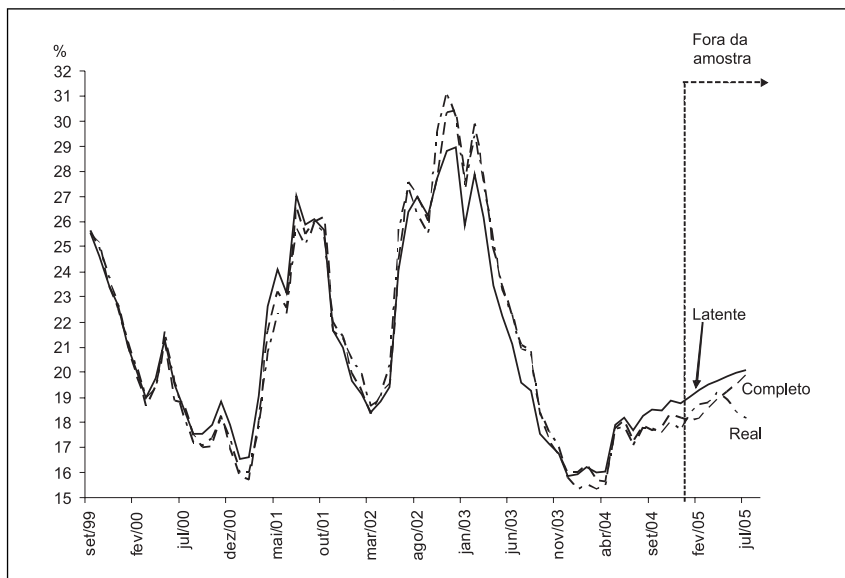
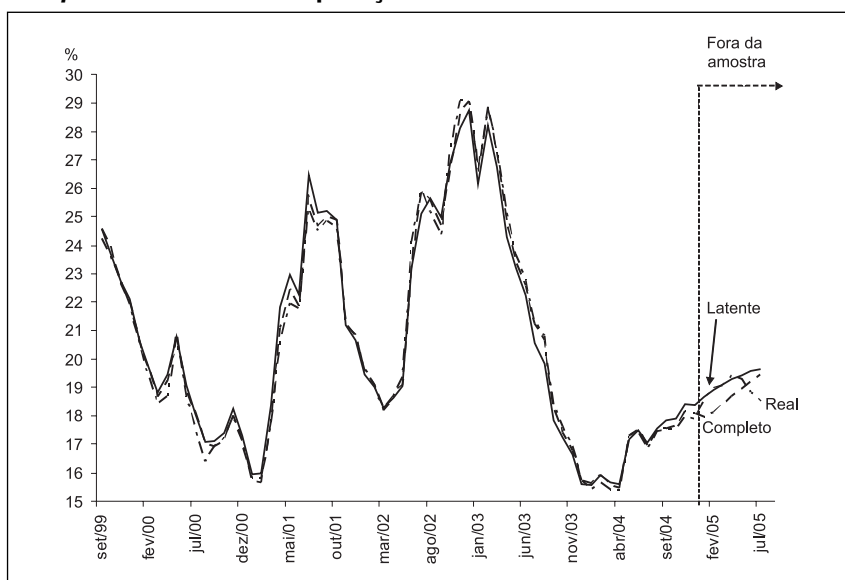
Swap de 12 Meses – Comparação dos Modelos

GRÁFICO 17

Swap de 9 Meses – Comparação dos Modelos

Comparamos também a *performance* de previsão fora da amostra dos dois modelos e de um *random-walk* para diferentes períodos à frente, utilizando a métrica RMSE.²¹ A Tabela 8 apresenta os resultados desta comparação:

TABELA 8

Poder de Previsão (RMSE)

	HORIZONTE (MESES)	RW	LATENTE	COMPLETO
$i_t^{(1)}$	1	0,52	0,31	0,23
	3	1,08	0,76	0,58
	6	1,57	1,12	1,16
$i_t^{(2)}$	1	0,58	0,44	0,46
	3	1,08	0,80	0,74
	6	1,52	1,07	1,17
$i_t^{(3)}$	1	0,59	0,46	0,58
	3	1,06	0,77	0,83
	6	1,46	0,98	1,13
$i_t^{(4)}$	1	0,62	0,44	0,67
	3	1,07	0,69	0,89
	6	1,41	0,83	1,06
$i_t^{(6)}$	1	0,65	0,26	0,71
	3	1,06	0,45	0,90
	6	1,31	0,48	0,89
$i_t^{(12)}$	1	0,62	0,72	0,26
	3	0,93	0,68	0,36
	6	1,07	0,90	0,56

Ambos os modelos possuem um poder de previsão melhor que um *random-walk*²² para quase todas as taxas e horizontes. O modelo completo revela melhor *performance* para as taxas de 1 e 12 meses, enquanto o modelo só com variáveis latentes vence os demais para as taxas intermediárias. Assim, não podemos afirmar de forma clara qual é o melhor modelo para previsões da curva como um todo fora da amostra.

O modelo completo também é capaz de representar diferentes formatos da curva de juros, conseguindo uma boa aproximação mesmo em casos de grande inclinação, como pode ser observado nos Gráficos 18 a 20, que mostram as curvas implícitas pelo modelo e as reais em meses selecionados.

²¹ RMSE é a raiz quadrada da média do quadrado dos erros para cada horizonte de previsão.

²² Em geral, é extremamente difícil que um modelo em finanças tenha um poder de previsão melhor que o de um *random-walk*, o que valoriza muito os resultados aqui obtidos.

GRÁFICO 18

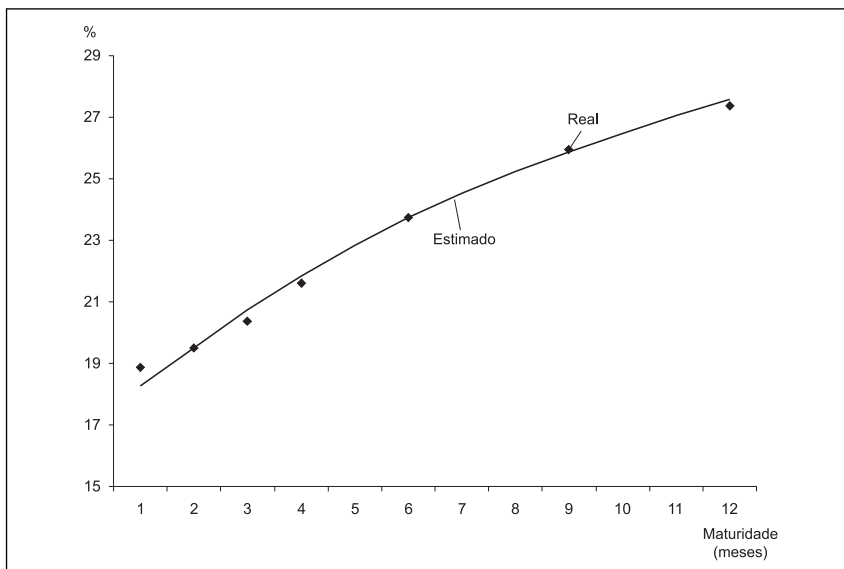
Curva de Juros – Julho de 2002

GRÁFICO 19

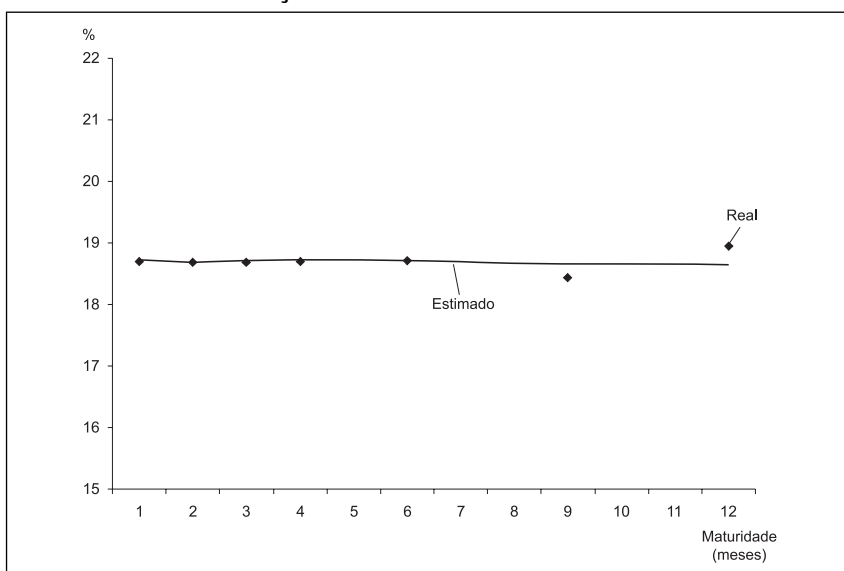
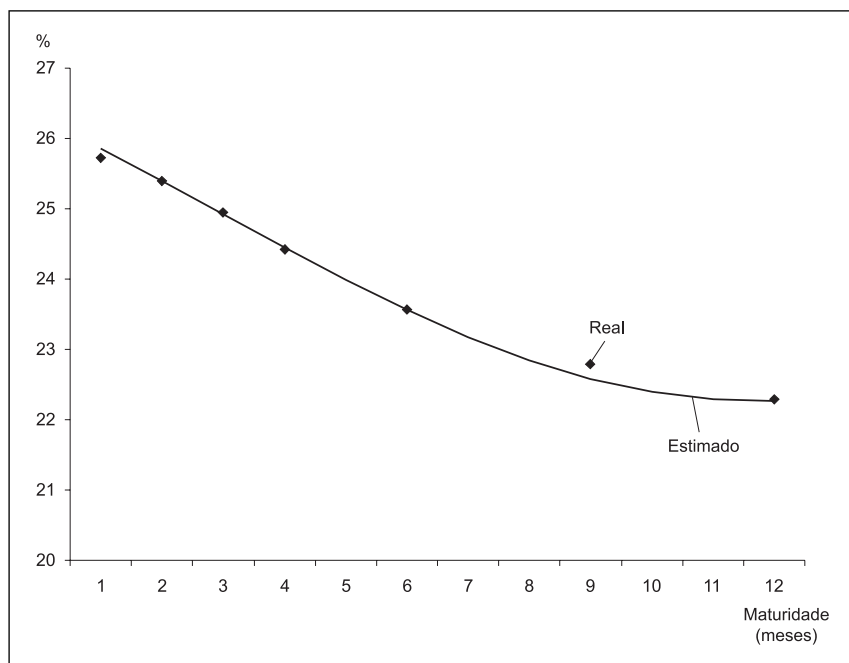
Curva de Juros – Março de 2000

GRÁFICO 20

Curva de Juros – Junho de 2003

Novamente, podemos interpretar nosso modelo como um VAR gaussiano e assim computar funções impulso-resposta e decomposição de variâncias. O cálculo das funções impulso-resposta e da decomposição de variâncias é baseado na decomposição de Cholesky da matriz de co-variância das inovações das variáveis de estado (Σ) na ordem $(y_t, \pi_t, \Delta e_t, L_t, S_t)$. Os resultados das respostas impulsivas podem ser observados nos Gráficos 21 a 23, nos quais apresentamos o efeito dos choques macroeconômicos nas taxas.

Os resultados obtidos em relação a choques cambiais e na inflação estão dentro do esperado, com uma desvalorização cambial ou uma surpresa inflacionária, levando a um aumento nas taxas de todas as maturidades. Já o efeito dos choques no hiato do produto ocasiona uma pequena redução inicial para um posterior aumento da taxa de 1 mês, enquanto a redução na taxa de 12 meses é mais persistente. Este efeito na taxa de 12 meses pode ser decorrente da resposta das variáveis a crises externas, em que temos ao mesmo tempo depreciações cambiais e reduções no hiato do produto. Assim, um aumento no hiato do produto é relacionado com apreciações

GRÁFICO 21

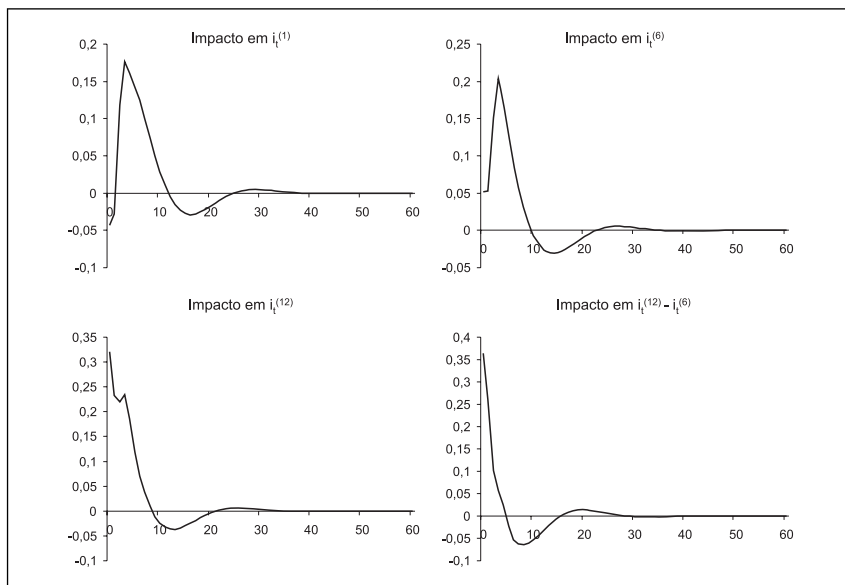
Impacto de Choques de Inflação nas Taxas

GRÁFICO 22

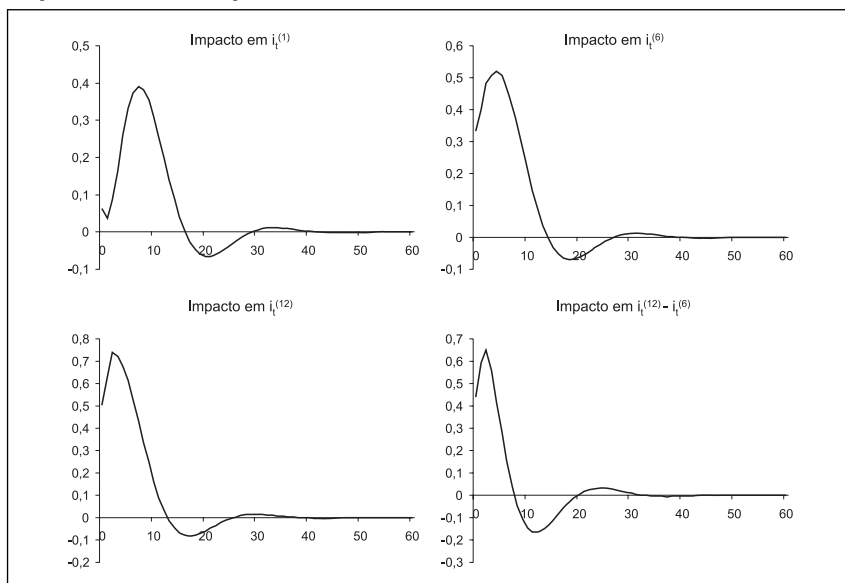
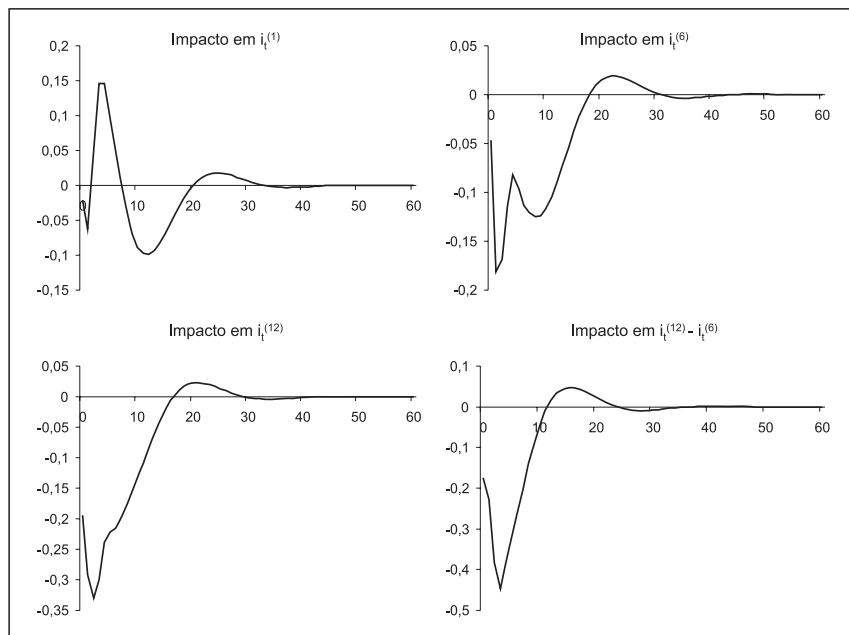
Impactos de Choques Cambiais nas Taxas

GRÁFICO 23

Impacto de Choques de Produto nas Taxas

cambiais e, conseqüentemente, com reduções nas taxas longas, decorrentes de menores expectativas inflacionárias no futuro. Finalmente, o *spread* apresenta resultados dentro do esperado, com uma redução após choques de inflação (depois de um breve aumento inicial) e produto e aumento posteriores a choques cambiais, decorrentes de maior expectativa de inflação futura. O choque de um desvio-padrão tanto na inflação quanto no produto tem efeitos absolutos bem menores que os choques cambiais, o que é condizente com a percepção da alta vulnerabilidade externa da economia brasileira no período estudado. Além de serem coerentes com o mecanismo tradicional de transmissão da política monetária, estes resultados podem evidenciar respostas concomitantes das variáveis macroeconômicas e da curva de juros às crises externas sofridas pelo país no período.²³

23 Isto ocorre porque, após uma crise externa, verifica-se uma desvalorização cambial (que leva a aumento da inflação) e um aumento das taxas de juros como resposta à fuga de capitais, sem que tenhamos uma causalidade direta entre o aumento da inflação esperada e o aumento das taxas.

Podemos também decompor a variância dos erros de previsão decorrentes dos diferentes tipos de choque. A Tabela 9 mostra a decomposição de variâncias para horizontes de previsão de 1, 12 e 60 meses.

TABELA 9

Decomposição de Variâncias

	HORIZONTE (MESES)	γ	π	Δe	L	S
$\hat{i}_t^{(1)}$	1	0,39	0,24	0,47	96,01	2,88
	12	2,21	3,01	22,93	61,46	10,39
	60	2,72	2,99	23,15	60,15	10,98
$\hat{i}_t^{(2)}$	1	0,60	0,07	2,63	96,30	0,40
	12	1,56	2,94	26,25	58,66	10,58
	60	2,03	2,94	26,25	57,76	11,02
$\hat{i}_t^{(3)}$	1	0,97	0,02	5,95	91,51	1,55
	12	1,52	2,83	29,60	53,89	12,16
	60	1,90	2,84	29,46	53,37	12,42
$\hat{i}_t^{(4)}$	1	1,35	0,02	9,56	84,19	4,89
	12	1,94	2,68	32,57	48,26	14,56
	60	2,23	2,70	32,37	48,03	14,67
$\hat{i}_t^{(6)}$	1	2,08	0,32	15,98	68,37	13,25
	12	3,48	2,46	36,89	37,40	19,77
	60	3,64	2,49	36,68	37,48	19,71
$\hat{i}_t^{(12)}$	1	4,78	6,08	25,21	38,83	25,10
	12	7,78	4,09	41,44	20,09	26,60
	60	7,78	4,09	41,34	20,33	26,47

Uma série de conclusões pode ser obtida desta decomposição. Em geral, a variância decorrente dos fatores macroeconômicos é maior para taxas mais longas, ao contrário do que ocorre para as taxas americanas.²⁴ Além disso, mesmo para as taxas de 12 meses, em que obtemos o maior poder explicativo para as variáveis macroeconômicas, os resultados são menos significativos que nos Estados Unidos,²⁵ evidenciando a necessidade da utilização de maior quantidade de variáveis para caracterizar a dinâmica das taxas numa economia emergente. O fator macroeconômico que explica a maior parcela das variações é a variação do câmbio nominal, que pode estar representando tanto variações na expectativa de inflação futura (decorrente do *pass-through* de desvalorizações cambiais para a inflação)

24 Como pode ser visto em Ang e Piazzesi (2003).

25 A variância explicada pelos fatores macroeconômicos em Ang e Piazzesi (2003) é de 67%, 79% e 78% para os horizontes de 1, 12 e 60 meses, respectivamente.

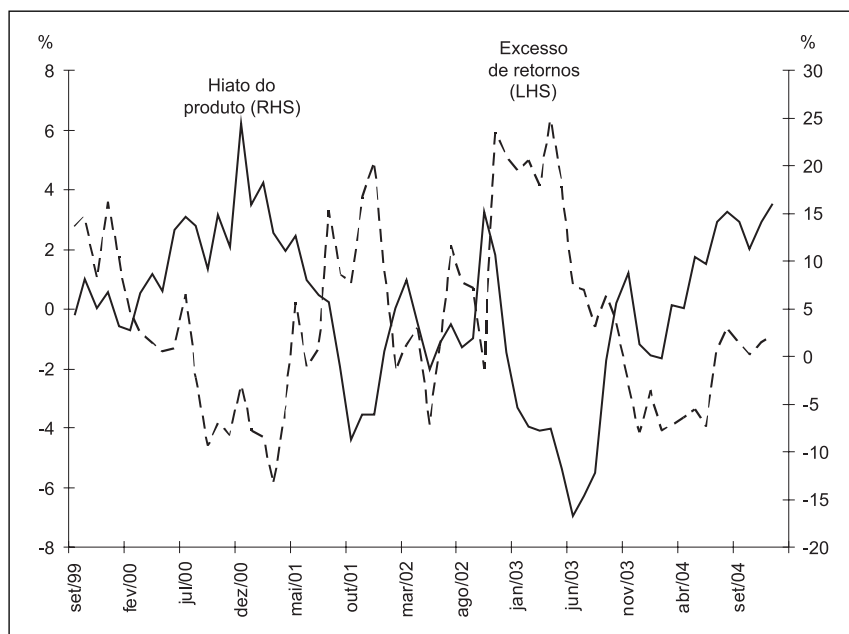
quanto variações no prêmio de risco externo. Para o horizonte de previsão de 1 mês, as variáveis macroeconômicas explicam em média em torno de 13% da variância, enquanto para horizontes mais longos, em média em torno de 38%. Finalmente, a proporção de variância explicada pelo fator de nível decresce com a maturidade, ao passo que a explicada pelo fator de inclinação aumenta com a maturidade.

Podemos também observar a evolução do excesso de retornos esperado (ou prêmio a termo) implícito pelo modelo para diferentes maturidades. O Gráfico 24 mostra uma comparação do excesso de retornos esperado para a taxa de 12 meses com o hiato do produto.

Podemos constatar que, em geral, o prêmio a termo é anticíclico. Este resultado já era esperado, já que os agentes requerem uma compensação maior para poupar em períodos de recessão (quando o hiato do produto é menor), pois têm o desejo de suavizar o consumo durante toda a vida.

GRÁFICO 24

Excesso de Retornos Esperado do Swap de 12 Meses e Hiato do Produto



Finalmente, dada a grande parcela da variação das taxas associada aos fatores latentes, gostaríamos de verificar as variáveis adicionais que poderiam potencialmente explicar estes fatores. Como pode ser observado em Megale (2003), o prêmio de risco presente na paridade descoberta da taxa de juros, além de depender dos fundamentos macroeconômicos (que aqui podem ser representados pelo hiato do produto, inflação corrente e variação cambial), depende também da aversão ao risco dos investidores internacionais. Assim, o fator de inclinação deveria estar relacionado com esta variável. De fato, como pode ser verificado no Gráfico 25, o fator de inclinação tem uma dinâmica muito similar ao índice EMBI Global do JP Morgan, que pode ser utilizado como *proxy* para a aversão ao risco global,²⁶ especialmente até maio de 2004, com uma correlação de 0,70 no período todo (0,83 até maio de 2004). Neste período, somente durante a crise eleitoral de 2002 e em meados de 2003 há um grande deslocamento do fator de inclinação com relação ao EMBI Global.

Por outro lado, o fator de nível está intimamente relacionado com a média das taxas. Assim, podemos supor que esteja capturando variações na parcela da taxa de juros relacionada ao seu nível de longo prazo, ou seja, à taxa de juros real neutra e à meta implícita de inflação percebida pelos agentes (ou às expectativas de inflação 12 meses à frente). Para o período estudado, é razoável supor que a dinâmica do nível de longo prazo da taxa de juros seja dominada pela variação das expectativas de inflação, visto que a taxa de juros real neutra pode ser considerada praticamente constante em curtos períodos de tempo. De fato, como podemos observar no Gráfico 26, a dinâmica do fator de nível está muito relacionada às expectativas de inflação,²⁷ apresentando correlação de 0,79. A queda mais pronunciada do fator de nível no segundo semestre de 2003 é decorrente do afrouxamento da política monetária, e poderemos explicar tal resultado pela presença de um choque de política monetária (neste caso, negativo).

Podemos concluir que, mesmo com todas as questões ligadas ao mecanismo de transmissão da política monetária no Brasil, a dinâmica da curva de juros é bastante influenciada pelo ambiente macroeconômico, explicando uma parcela significativa da variação das taxas. Vale ressaltar a importância da inclusão de variáveis relacionadas ao setor externo numa pequena economia aberta como o Brasil, o que foi confirmado pela grande proporção da variação das taxas decorrente de variações no câmbio nominal (até 41%).

26 Na realidade, como pode ser visto no gráfico, o EMBI Global tem uma relação com -1^*S , o que não é um problema, já que os fatores latentes podem ser rotacionados arbitrariamente.

27 As expectativas de inflação utilizadas são as coletadas pelo Banco Central com diversas instituições (financeiras e não-financeiras), que só começaram a ser divulgadas em novembro de 2001.

GRÁFICO 25

Fator de Inclinação e EMBI Global

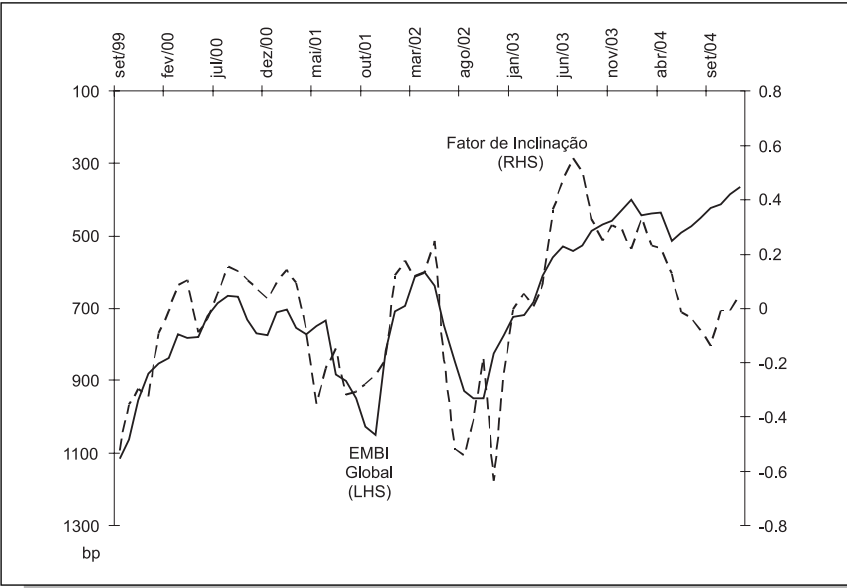
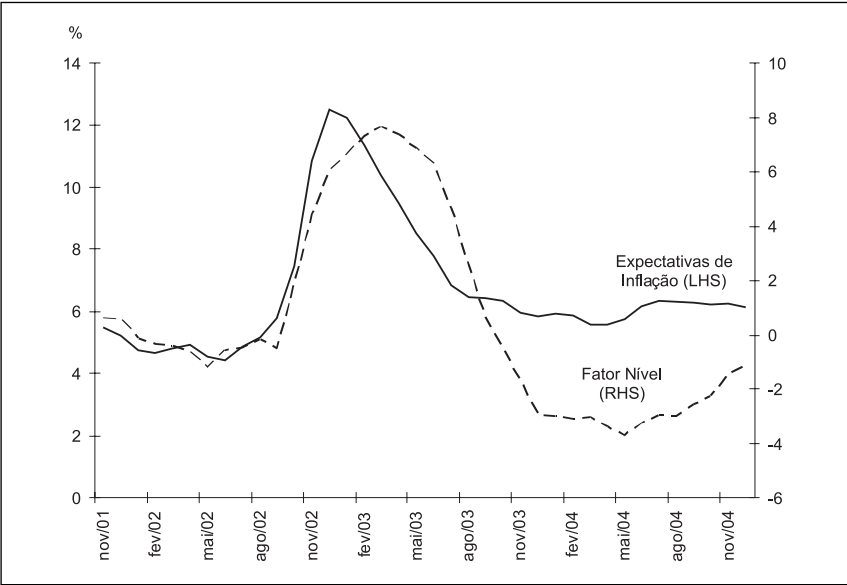


GRÁFICO 26

Fator de Nível e Expectativas de Inflação 12 Meses À Frente



Além disso, a inclusão de variáveis macroeconômicas melhora a adequação do modelo aos dados, especialmente nos períodos de maior volatilidade, indicando ser esta uma alternativa robusta para a modelagem de economias sujeitas a grandes instabilidades e altamente vulneráveis a choques.

4. Conclusões

O objetivo central deste trabalho é identificar a relação entre variáveis macroeconômicas e a estrutura a termo da taxa de juros no Brasil. Podemos concluir que um modelo afim com dois fatores latentes fornece boa aproximação para a estrutura a termo da taxa de juros brasileira com prazos inferiores ou iguais a 1 ano, com exceção dos períodos de grande volatilidade.²⁸ Além disso, pudemos constatar que a inclusão de variáveis macroeconômicas consegue resolver este problema, o que corrobora a intuição de que a maior volatilidade das taxas numa economia emergente é decorrente da maior variabilidade dos fundamentos macroeconômicos.

Outro resultado importante é que, num contexto de economia emergente, os fundamentos macroeconômicos (representados neste caso pelo hiato do produto, inflação e variação do câmbio nominal) explicam até 53% da variação das taxas. A noção de grande vulnerabilidade externa também é confirmada pelo papel relevante da variação do câmbio nominal, que explica até 41% da variação das taxas. Além disso, a resposta das taxas aos choques macroeconômicos ocorre da forma esperada, com um aumento nas taxas após choques na inflação e câmbio nominal. Finalmente, os fatores latentes de nível e inclinação parecem estar relacionados, respectivamente, com as expectativas de inflação 12 meses adiante e uma medida de aversão ao risco internacional.

Assim, apesar de todas as questões relacionados com a eficácia do mecanismo de transmissão da política monetária no Brasil (consequência de uma baixa proporção de crédito com relação ao PIB e da presença de uma dívida pública alta e fortemente indexada ao instrumento de política monetária, entre outros fatores), a dinâmica da curva de juros mostrou-se intimamente ligada ao ambiente macroeconômico, tanto pelas formas tradicionais de transmissão da política monetária quanto pelo efeito que crises externas têm nas variáveis. Este artigo é um primeiro passo na compreensão desta dinâmica conjunta. Com a consolidação da estabilização e

28 A inclusão de taxas de maior prazo provavelmente levaria à necessidade de ao menos mais um fator latente.

conseqüente fortalecimento de um mercado de crédito de maior prazo, serão criadas condições para estudos com taxas mais longas, permitindo uma compreensão ainda mais profunda desta relação, essencial para a condução da política monetária no país.

Referências

- ALMEIDA, C. "Time-varying risk premia in emerging markets: explanation by a multi-factor affine term structure". *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, v. 7, 2004.
- ANG, A. & PIAZZESI, M. A. "No-arbitrage vector autoregression of term structure dynamics with macroeconomic and latent variables". *Journal of Monetary Economics*, v. 50, p. 745-87, 2003.
- ANG, A. et al. "No-arbitrage Taylor rules". Columbia University, *University of Chicago Working Paper*, 2005.
- BANCO CENTRAL DO BRASIL. *Relatório de Inflação*, v. 3, n. 2, junho, 2001.
- BOLLERSEV, T. & WOOLDRIDGE, J. "Quasi-maximum likelihood estimation and inference in dynamic models with time-varying covariances". *Econometric Review*, v. 11, p. 143-72, 1992.
- BRITO, R. et al. "O prêmio pela maturidade na estrutura a termo das taxas de juros brasileiras". Brasília: Banco Central do Brasil, 2003 (Working Paper, 72).
- CHEN, R. & SCOTT, L. "Maximum likelihood estimation for a multifactor equilibrium model of the term structure of interest rates". *Journal of Fixed Income*, v. 3, p. 14-31, 1993.
- COCHRANE, J. *Asset pricing*. Princeton: Princeton University Press, 2001.
- DAI, Q. & SINGLETON, K. "Specification analysis of affine term structure models". *Journal of Finance*, v. 55, p. 1943-1978, 2000.
- DUFFEE, G. "Term premia and interest rates forecasts in affine models". *Journal of Finance*, v. 57, p. 405-443, 2002.
- DUFFIE, D. & KAN, R. "A yield factor model of interest rates". *Mathematical Finance*, v. 6, p. 379-406, 1996.
- EVANS, C. & MARSHALL, D. "Monetary policy and the term structure of nominal interest rates: evidence and theory". *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, v. 49, p. 53-111, 1998.

- _____. *Economic determinants of the nominal treasury yield curve*. Federal Reserve Bank of Chicago Working Paper, 2001.
- FACHADA, P. "Inflation targeting in Brazil: reviewing two years of monetary policy 1999/00". Brasília: Banco Central do Brasil, 2001 (Working Paper, 25).
- LIMA, A. & ISSLER, J. "A hipótese das expectativas na estrutura a termo de juros no Brasil: uma aplicação de modelos de valor presente". *Revista Brasileira de Economia*, v. 57, p. 873-898, 2003.
- LITTERMAN, R. & SCHEINKMAN, J. "Common factors affecting bond returns". *Journal of Fixed Income*, v. 1, p. 54-61, 1991.
- MATSUMARA, M. & MOREIRA, A. *Can macroeconomic variables account for the term structure of sovereign spreads? studying the Brazilian case*. Rio de Janeiro: Ipea, 2005 (Texto para Discussão, 1.106).
- MEGALE, C. *Fatores externos e risco país*. Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica, 2003 (Dissertação de Mestrado).
- MINELLA, A. et al. "Inflation targeting in Brazil: constructing credibility under exchange rate volatility". *Journal of International Money and Finance*, v. 22, p. 1015-1040, 2003.
- MONTEIRO, A. "Estimação da curva de juro à vista: microestrutura dos contratos e restrição do formato da curva a termo". *Resenha BM&F*, n. 160, p. 27-41, 2003.
- RUDEBUSCH, G. & WU, T. *A macro-finance model of the term structure, monetary policy and the economy*. Federal Reserve Bank of San Francisco Working Paper, 2005.
- SHOUSHI, S. *Estrutura a termo da taxa de juros e dinâmica macroeconômica no Brasil*. Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica, Departamento de Economia, 2005 (Dissertação de Mestrado).
- SILVEIRA, G. & BESSADA, O. *Análise de componentes principais de dados funcionais – uma aplicação às estruturas a termo de taxas de juros*. Brasília: Banco Central do Brasil, 2003 (Working Paper, 73).
- SILVEIRA, M. *Modelo fatorial linear macroeconômico de estrutura a termo da taxa de juros: aplicação para a economia brasileira*. Rio de Janeiro: Ipea, 2005 (Texto para Discussão, 1.097).
- TABAK, B. *Monetary policy surprises and the Brazilian term structure of interest rates*. Brasília: Banco Central do Brasil, 2003 (Working Paper, 70).

- TABAK, B. & ANDRADE, S. *Testing the expectations hypothesis in the Brazilian term structure of interest rates*. Brasília: Banco Central do Brasil, 2001 (Working Paper, 30).
- TABAK, B. & TABATA, A. “Testando o Conteúdo Informacional das Decisões de Política Monetária”. 2005 (Manuscrito).
- TAYLOR, J. “Discretion versus policy rules in practice”. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, v. 39, p. 195-214, 1993.
- VALLI, M. & VARGA, G. “Movimentos da estrutura a termo da taxa de juros brasileira”. *Finanças Aplicadas ao Brasil*, editado por Marco Bonomo. Rio de Janeiro: FGV, 2002.

